COMPITINO N.1 DI ANALISI MATEMATICA II - 02/05/07

C.L. in Matematica e Matematica per le Applicazioni

Prof. K. R. Payne e Dott. L. Vesely

N.B. Sono concesse **DUE ORE** per la risoluzione degli esercizi e **NON** è concesso l'uso di libri di testo, appunti ed eserciziari

Esercizio 1. Sia f definita da $f(x) = \sin(\sqrt[3]{x})$.

(a) Calcolare l'integrale indefinito di f

(b) Determinare tutte le funzioni primitive della funzione $g = |f|$ sull'intervallo $I = (-25, 6\pi^3)$.

Esercizio 2. Sia f la funzione definita da

$$f(t) = \frac{t^2 \log(t)}{(t^2-1)\sqrt[3]{t-1}\sqrt[5]{t^2-4t+3}\log(t^2+1)}.$$

Svolgere uno studio qualitativo (insieme di definizione, limiti, monotonia, estremi locali, punti di non derivabilità, asintoti e segno) della funzione integrale

$$F(x) = \int_2^x f(t)\,dt,$$

dove l'integrale è da intendersi eventualmente in senso improprio. **NON** è richiesto lo studio della convessità.

Esercizio 3. Stabilire se la seguente serie è convergente, e, nel caso affermativo, calcolare la sua somma

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \left(\frac{1}{3^{n+1}} + \frac{n\log(n+1) - (n+1)\log(n)}{n^2+n} \right).$$

Esercizio 4. Sia $\alpha \in \mathbf{R}$ un parametro. Studiare la convergenza delle seguente serie $\sum_{n=1}^{+\infty} a_n$ in base del valore di α.

(a) $a_n = \dfrac{(n+\alpha)^n}{n^{2\alpha+n}} \log\left(\dfrac{n^2}{n^2+1}\right)$

(b) $a_n = \dfrac{(\alpha-4)^n}{2^{n-1}\sqrt{3+n^2}}$

(c) $a_n = n^\alpha \displaystyle\int_{1/n^2}^{1/n} \arctan(t)\,dt$