Analisi Matematica 1

Calcolo dei limiti (parte II)

I) Supponiamo che $x_n \to +\infty$ oppure $x_n \to -\infty$ oppure $|x_n| \to +\infty$. Allora

$$\lim_{n\to+\infty} \left(1 + \frac{1}{x_n}\right)^{x_n} = \mathrm{e}.$$

II) Supponiamo che $\varepsilon_n \neq 0$ e $\varepsilon_n \to 0$. Allora

1. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\sin \varepsilon_n}{\varepsilon_n} = 1$ ovvero $\sin \varepsilon_n \sim \varepsilon_n$ per $n \to \infty$;
2. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{1 - \cos \varepsilon_n}{(\varepsilon_n)^2} = \frac{1}{2}$ ovvero $1 - \cos \varepsilon_n \sim \frac{(\varepsilon_n)^2}{2}$ per $n \to \infty$;
3. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\tan \varepsilon_n}{\varepsilon_n} = 1$ ovvero $\tan \varepsilon_n \sim \varepsilon_n$ per $n \to \infty$;
4. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\arctan \varepsilon_n}{\varepsilon_n} = 1$ ovvero $\arctan \varepsilon_n \sim \varepsilon_n$ per $n \to \infty$;
5. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\log(1 + \varepsilon_n)}{\varepsilon_n} = 1$ ovvero $\log(1 + \varepsilon_n) \sim \varepsilon_n$ per $n \to \infty$;
6. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\mathrm{e}^{\varepsilon_n} - 1}{\varepsilon_n} = 1$ ovvero $\mathrm{e}^{\varepsilon_n} - 1 \sim \varepsilon_n$ per $n \to \infty$;
7. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{(1 + \varepsilon_n)^a - 1}{\varepsilon_n} = a$, $a \in \mathbb{R}$ ovvero $(1 + \varepsilon_n)^a - 1 \sim a\, \varepsilon_n$ per $n \to \infty$;
8. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\sinh \varepsilon_n}{\varepsilon_n} = 1$ ovvero $\sinh \varepsilon_n \sim \varepsilon_n$ per $n \to \infty$.