I Esonero di Geometria 1 per Fisica – 26 Aprile 2010
Compito C

NOME e COGNOME.....

Accetto che i risultati degli esami siano esposti in rete. *Firma*.....

1. Sia $L_A\colon \mathbb{R}^5 \to \mathbb{R}^5$ l'applicazione lineare associata alla matrice

$$A := \begin{pmatrix} -4 & 0 & -4 & -8 & -4 \\ 1 & -1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

(a) Calcolare la dimensione del nucleo V e dell' immagine W di L_A ed esibirne delle basi.

(b) Determinare $V \cap W$ e $V + W$ ed esibirne delle basi. Completare la base trovata di $V + W$ ad una base di $\mathbb{R}^5$.

(c) Dato un sottospazio $U \subset \mathbb{R}^5$ sia $L_{A|U}\colon U \to W$ l'applicazione lineare $u \mapsto L_A(u)$. Esibire un sottospazio U di $\mathbb{R}^5$ tale che $L_{A|U}$ sia un isomorfismo.

(*) (d) Trovare un sistema di equazioni cartesiane in 5 incognite le cui soluzioni coincidano con il sottospazio vettoriale $W \subset \mathbb{R}^5$, immagine dell' applicazione lineare L_A.

2. Sia dato il seguente sistema lineare

$$\Sigma_h := \begin{cases} x - 2y + z + (h+3)t = 2 \\ (h+3)x - (h+3)y + 2(h+3)z + (h+3)^2 t = h^2 + 8h + 15 \\ -3x - (3+3h)y - (12+3h)z + 3t = 3h - 3. \end{cases}$$

(a) Discutere, al variare di h in $\mathbb{R}$, la risolubilità del sistema Σ_h.

(b) Trovare l'insieme delle soluzioni per $h = -3$ e per $h = -2$.