Programma del corso di **Geometria 1 per Fisica**
Anno Accademico 2007/2008 (Andreatta/Colombo)

Spazi vettoriali.

Definizione. Esempi di spazi vettoriali: K^n, spazi di matrici, spazi di polinomi.

Sottospazi vettoriali.

Definizione. Esempi: soluzioni di sistemi lineari omogenei.

Somma, intersezione, somma diretta, prodotto di sottospazi vettoriali.

Fromula di Grassmann.

Combinazioni lineari.

Combinazioni lineari di vettori.
Dipendenza e indipendenza lineare di vettori.

Generatori di spazi vettoriali, basi di spazi vettoriali.

Componenti di un vettore rispetto ad una base.

Teorema di completamento ad una base.

Dimensione di spazi vettoriali finitamente generati (definizione).

Applicazioni lineari.

Definizioni.
Nucleo ed immagine di un'applicazione lineare.

Teorema di nullità più rango.

Matrici.

Somma e prodotto di matrici e loro proprietà.

Matrici associate ad applicazioni lineari in basi fissate (e viceversa).

Prodotto di matrici e composizione di applicazioni lineari.

Cambiamento di base e matrici relative.
Calcolo di nucleo ed immagine di applicazioni lineari tramite la matrice associata.

Rango (per righe e per colonne) di una matrice: definizione e proprietà.

Sistemi lineari.

Matrici associate a sistemi lineari.
Teorema di Rouché–Capelli.

Determinante.

Proprietà caratterizzanti. Verifica nel caso di matrici 2×2.

Matrici quadrate invertibili. Definizione e caratterizzazione tramite rango e determinante.

Metodo di Cramer per la risoluzione di sistemi lineari.

Calcolo dell' inversa di una matrice invertibile.

Autoteoria.

Autovalori, autovettori, autospazi.

Polinomio caratteristico di un endomorfismo e di una matrice.
Molteplicità algebrica e geometrica di un autovalore. Disuguaglianza fondamentale.
Indipendenza di autovettori relativi ad autovalori distinti.

Criterio di diagonalizzabilità di un endomorfismo.

Proiezioni e simmetrie. Definizione e caratterizzazione.
Matrici simili. Traccia di una matrice.

Prodotti scalari.

Definizione. Matrice associata ad un prodotto scalare rispetto a basi fissate (e viceversa).

Cambiamento di base e matrici associate ad un prodotto scalare. Matrici congruenti.

Prodotti scalari definiti positivi su $\mathbf{R}$.

Esempio: Il prodotto scalare standard su $\mathbf{R}^n$.

Sottospazi ortogonali. Proiezione ortogonale.

Teorema di ortonormalizzazione di Gram–Schmidt.
Disuguaglianza di Schwarz. Angolo fra due vettori non–nulli.

Disuguaglianza triangolare. Distanza fra due vettori e sue proprietà.

Isometrie. Definizione e caratterizzazioni.
Matrici ortogonali e speciali ortogonali.

Endomorfismi autoaggiunti. Caratterizzazione matriciale dell' autoaggiunto.

Teorema spettrale reale.

Diagonalizzabilità di matrici reali simmetriche. Criteri per decidere se un prodotto scalare è definito positivo.

Prodotti hermitiani su $\mathbf{C}$.

Definizioni. Il prodotto hermitiano standard su $\mathbf{C}^n$.