

INDICE

1	Le ellissi di Keplero	1
1.1	<i>Le leggi di Keplero</i>	3
	La prima legge (4) — La seconda legge (4) — La terza legge (7)	
1.2	<i>Sulla soluzione dell'equazione di Keplero</i>	7
	Considerazioni qualitative (9) — Il metodo di bisezione (10) — Il metodo del punto fisso (12) — Il metodo di Newton (14)	
1.3	<i>La formula di Lagrange per l'inversione di funzioni</i>	17
	Soluzione per confronto di coefficienti (17) — La formula di Lagrange (20) — Una condizione per la convergenza della serie di Lagrange (22) — L'equazione di Keplero: sviluppo in serie dell'eccentricità (23) — L'equazione di Keplero: sviluppo in serie di Fourier nell'anomalia media (24)	
1.4	<i>Gli elementi orbitali</i>	26
	Determinazione della posizione del pianeta sull'orbita ellit- tica (26) — Determinazione della giacitura dell'ellisse (27) — Trasformazione di coordinate (29) — Riferimenti rispetto al piano equatoriale e rispetto all'eclittica (30) — Note sul calcolo della posizione rispetto all'osservatore (31)	
2	La gravitazione di Newton	35
2.1	<i>La legge di gravitazione newtoniana</i>	35
	Dipendenza dell'accelerazione dalla distanza (36) — La terza legge di Keplero e la legge di gravitazione universale (37)	
2.2	<i>La mela e la luna</i>	39
2.3	<i>Il problema dei due corpi</i>	40
2.4	<i>Il problema del moto centrale: risultati generali</i>	41
	Conservazione del momento angolare, o legge delle aree (41) — Equazione dell'orbita (42) — Il caso di forze a simmetria radi- ale (44)	
2.5	<i>Il moto centrale: studio qualitativo</i>	45
	Stati legati (46) — Stati d'urto (47) — Caduta sul centro (48) — Orbite asintotiche a orbite circolari (50)	

2.6	<i>Il moto centrale: calcolo dell'orbita in casi particolarmente semplici e interessanti</i>	51
	Il potenziale armonico (51) — Il potenziale inversamente proporzionale al quadrato della distanza (53) — Il caso Kepleriano (56)	
2.7	<i>Potenziali con orbite chiuse</i>	60
2.8	<i>Il problema a molti corpi</i>	64
	Equazioni e leggi di conservazione (64) — Le coordinate eliocentriche e l'approssimazione Kepleriana (66)	
3	Richiami sul formalismo Hamiltoniano	69
3.1	<i>Lo spazio delle fasi e le equazioni di Hamilton</i>	69
	Parentesi di Poisson (70) — Variabili dinamiche e integrali primi (71)	
3.2	<i>Trasformazioni canoniche</i>	72
	Trasformazioni che mantengono la forma Hamiltoniana delle equazioni. (72) — Conservazione delle parentesi di Poisson (74) — Funzioni generatrici (75) — Trasformazioni canoniche dipendenti dal tempo (78)	
4	Metodi di integrazione	81
4.1	<i>Il metodo di Hamilton-Jacobi</i>	82
	La formulazione classica (82) — Formulazioni alternative (84)	
4.2	<i>Il teorema di Liouville</i>	85
	Sistemi in involuzione (86) — Gli integrali primi come momenti canonici (87) — Il teorema di Liouville (89)	
4.3	<i>Le variabili d'angolo-azione</i>	92
	Sistemi a un grado di libertà (92) — Sistemi a più gradi di libertà (93) — Costruzione esplicita delle variabili d'angolo-azione (95)	
4.4	<i>Il teorema di Arnold-Jost e i sistemi integrabili</i>	96
4.5	<i>Moti periodici e quasi periodici sul toro</i>	96
	Dinamica su un toro bidimensionale (97) — Il caso di dimensione superiore a 2 (99) — Sistemi anisocroni non degeneri (100) — Sistemi isocroni (101)	
4.6	<i>Le variabili di Delaunay per il moto Kepleriano</i>	102
	Costruzione dei cicli (102) — Costruzione delle variabili d'azione (106) — Le variabili angolari (111) — Relazioni tra le variabili canoniche di Delaunay e gli elementi orbitali (112) — Le variabili di Delaunay modificate (112)	

5	Il problema planetario e la funzione perturbatrice	115
5.1	<i>Hamiltoniana e integrali primi</i>	115
	Una particolarità delle trasformazioni lineari (116)	
5.2	<i>Le coordinate eliocentriche</i>	117
	La trasformazione di coordinate (117) — Trasformazione dell'Hamiltoniana (118) — Equazioni e leggi di conservazione (120)	
5.3	<i>Le coordinate di Jacobi</i>	120
	Trasformazione dell'energia cinetica (123) — Lo sviluppo dell'energia potenziale (125) — L'Hamiltoniana in coordinate di Jacobi (127)	
5.4	<i>L'approssimazione kepleriana e la funzione perturbatrice</i>	128
	Il moto imperturbato (129) — Cenni allo sviluppo della funzione perturbatrice (131) — Le caratteristiche di D'Alembert (132) — Integrali primi (136) — Le orbite osculatrici (136)	
6	I metodi perturbativi classici	141
6.1	<i>Risonanze, termini secolari e piccoli divisori</i>	142
	Considerazioni preliminari (142) — La soluzione per serie (143) — Proprietà formali delle serie (145) — I termini secolari (147) — I piccoli divisori e il problema della convergenza (149)	
6.2	<i>Teoria generale per il sistema planetario</i>	150
	Le equazioni per le approssimazioni successive (151) — L'invarianza dei semiassi maggiori secondo Lagrange (154) — Proprietà formali delle soluzioni (155) — Il teorema di Poisson (158)	
6.3	<i>Il problema secolare</i>	161
	L'Hamiltoniana secolare (161) — Lo sviluppo dell'Hamiltoniana secolare (162) — La parte quadratica dell'Hamiltoniana secolare (163) — Lo studio dell'Hamiltoniana quadratica (165) — Integrali primi per il sistema secolare (166) — Integrali primi quadratici (167) — Integrali primi lineari (168) — Le precessioni di nodi e perielii (170) — Limiti sulle variazioni di eccentricità e inclinazioni (171)	
6.4	<i>Nota storica sul problema della stabilità delle orbite</i>	172
7	Il problema ristretto dei tre corpi	177
7.1	<i>L'Hamiltoniana e le equazioni</i>	178
	Scelta delle unità di misura (178) — L'Hamiltoniana e le equa-	

	zioni canoniche nel caso circolare (178)	
7.2	<i>Gli equilibri lagrangiani</i>	181
	Calcolo degli equilibri relativi (181) — Equilibri collineari (182) — Equilibri triangolari (184)	
7.3	<i>Studio qualitativo del caso circolare ristretto</i>	185
	La costante di Jacobi come funzione di posizione e velocità (186) — Le superfici di Hill (187)	
7.4	<i>La dinamica nell'intorno dei punti lagrangiani</i>	190
	Lo sviluppo dell'Hamiltoniana nell'intorno dell'equilibrio (190) — L'approssimazione lineare nell'intorno dei punti di equilibrio lagrangiani (194) — Stabilità dei punti collineari (195) — Stabilità lineare per i punti triangolari (196) — Forma normale dell'Hamiltoniana nell'intorno dei punti triangolari (198) — Il problema non lineare per i punti triangolari (200)	
7.5	<i>Il problema ristretto ellittico</i>	201
	Il sistema rotante e pulsante (201) — Le soluzioni omografiche (205)	
8	Il problema generale dei tre corpi	209
8.1	<i>Gli equilibri di Eulero e Lagrange</i>	210
	Gli equilibri collineari di Eulero (211) — Gli equilibri triangolari di Lagrange (214) — Il caso della forza Newtoniana (219)	
8.2	<i>Le soluzioni omografiche di Lagrange</i>	220
	Formulazione generale per il problema di N corpi (220) — Le soluzioni triangolari per il problema dei tre corpi (223) — Le soluzioni collineari del problema dei tre corpi (224)	
8.3	<i>Regolarità delle orbite e collisioni</i>	226
	Il teorema di Cauchy (226) — Intervalli di regolarità delle soluzioni (228) — Collisioni in un sistema a N corpi (232)	
8.4	<i>Collisioni nel problema a tre corpi</i>	236
	Collisione generale a tre corpi (236) — Collisione binaria (237)	
9	La regolarizzazione di Levi–Civita e Sundman	241
9.1	<i>Il moto centrale e il problema dei due corpi</i>	241
	Collisione lungo una retta (242) — Regolarizzazione nel caso parabolico (245) — Le orbite paraboliche (248) — I casi ellittico e iperbolico (251) — Il caso dei due corpi (253)	
9.2	<i>Il caso generale dei tre corpi</i>	255
	Eliminazione della quantità di moto totale (255) — Regolarizzazione della collisione binaria (257)	

9.3	<i>Il teorema di Sundman</i>	260
	Considerazioni generali sulle orbite (260) — Regolarizzazione globale delle collisioni (261)	
A	Forma normale di un'Hamiltoniana quadratica	263
A.1	<i>La forma normale per i sistemi di equazioni differenziali lineari</i>	263
	Trasformazioni lineari (264) — Autovalori, autovettori e diagonalizzazione (264) — Non unicità del procedimento di diagonalizzazione (265) — La scrittura delle soluzioni (266) — Forma normale reale nel caso di autovalori complessi (267)	
A.2	<i>Il caso dell'Hamiltoniana quadratica</i>	269
	Costruzione della trasformazione canonica (270) — Non unicità della trasformazione a forma normale (272) — Forma normale complessa dell'Hamiltoniana (273) — Integrali primi (273) — Forma normale reale nel caso di autovalori immaginari puri (274) — Algoritmo di costruzione della forma normale (275) — Il caso di autovalori complessi coniugati (276)	
B	Strumenti analitici	281
B.1	<i>I polinomi di Legendre</i>	281
	Lo sviluppo in polinomi di Legendre (281) — La formula di Rodrigues (283) — Formule ricorsive (283) — Alcune proprietà dei polinomi di Legendre (285)	