

Proposta di corso per il dottorato. Il numero di ore e' modulabile a seconda delle necessita': si puo partire da un minimo di una decina di ore per arrivare a 30.

Docente: **Dario Bambusi**. Titolo: **Equazioni a derivate parziali Hamiltoniane**.

L'argomento del corso e' lo studio di proprietà qualitative delle soluzioni di equazioni a derivate parziali Hamiltoniane. I problemi modello considerati saranno l'equazione delle onde nonlineare

$$u_{tt} - \Delta u + Vu + m^2 u = f(u), \quad x \in [0, 1] \quad o \quad x \in R^d$$

e l'equazione di Schrödinger nonlineare

$$i\psi_t = -\psi_{xx} + V\psi + |\psi|^{2p}\psi, \quad x \in [0, 1] \quad o \quad x \in R.$$

Il programma prevede alcuni argomenti di base e altri da decidere a seconda del numero di ore da svolgere. Anche il grado di approfondimento dipende dal numero di ore da svolgere

### **Argomenti di base:**

- (1) Richiami di sistemi Hamiltoniani e forma normale di Birkhoff per sistemi finito dimensionali. Estensione del formalismo Hamiltoniano a scale di spazi di Hilbert. Esempi e teoremi fondamentali.
- (2) Forma normale per equazioni a derivate parziali Hamiltoniane: studio del caso risonante (equazione delle onde con  $m = 0$ ). Metodi geometrici per la costruzione di soluzioni approssimate periodiche.
- (3) Forma normale per equazioni non risonanti. Teoremi di esistenza quasi globale in  $H^s$ .

### **Altri argomenti:**

- (4) Forme normali ed equazioni di modulazione: deduzione dell'equazione di Schrödinger nonlineare come equazione efficace per la propagazione di pacchetti d'onda e per la dinamica di catene di particelle.
- (5) Costruzione di famiglie di orbite periodiche in equazioni tipo onde: un teorema di continuazione delle orbite periodiche. Possibile estensione a risultati di tipo variazionale (argomento avanzato)
  - (5a) metodo di Fadell Rabinowitz
  - (5b) teorema di Birkhoff Lewis
- (6) Semplici risultati di tipo KAM: Studio della dinamica di un'equazione lineare forzata in modo periodico quasi periodico. Esempio: equazione di Schrödinger forzata.
- (7) Dinamica di solitoni nell'equazione di Gross Peataevskii (per condensati di Bose Einstein).
- (8) Comportamenti dispersivi (argomento avanzato). Strumenti: Teorema di risoluzione spettrale, disuguaglianze di Strichartz, operatori d'onda. Comportamento qualitativo: stabilità asintotica del vuoto nell'equazione delle onde.