

## Laboratorio 2

### Obiettivi

- evidenziare la relazione tra la convergenza e l'aritmetica in precisione finita (Es.2.1)
- approssimare il problema di Cauchy per un SISTEMA di E.D.O.:

$$f: \mathfrak{R}^{d+1} \longrightarrow \mathfrak{R}^d$$

$$u'(t) = f(t, u(t)), \quad t_0 \leq t \leq T, \quad u(t) \in \mathfrak{R}^d$$

$$u(t_0) = v, \quad v \in \mathfrak{R}^d$$

con il metodo di **Eulero Esplicito**

assegnato un intero  $N \neq 0$ , sia  $\tau = (T - t_0)/N$

$$U_{n+1} = U_n + \tau f(t_n, U_n), \quad 0 \leq n \leq N-1$$

$$U_0 = v$$

dove  $U_n$  è un vettore di  $d$  componenti

### Esercizio 2.1

Approssimare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = u, & t \in [0, 2] \\ u(0) = 1 \end{cases}$$

con il metodo di Eulero Esplicito ad  $N$  passi.

Lavorare in doppia precisione (double). Eseguire prove per  $N = 10^k$ ,  $k = 1, 2, \dots, 7$ . memorizzando l'errore assoluto finale ottenuto ad ogni prova nella tabella sottostante.

Ripetere l'esercizio lavorando in precisione semplice (float).

N	Errore finale double	Errore finale float
10		
100		
1 000		
10 000		
100 000		
1 000 000		
10 000 000		

Con Matlab fare un grafico in doppia scala logaritmica (comando loglog) che abbia in ascissa N e in ordinata gli errori finali nei due casi. Interpretare i risultati.

Mantenendo la doppia scala logaritmica sovrapporre al grafico appena effettuato il grafico di  $1/N$  e di  $1e-7*N$  e interpretare i risultati.

## Esercizio 2.2

Si consideri il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u_1' = -u_2 \\ u_2' = u_1 \\ u_1(0) = 1 \\ u_2(0) = 0 \end{cases} \quad t \in [0, 10],$$

la cui soluzione è

$$\begin{cases} u_1 = \cos(t) \\ u_2 = \sin(t) \end{cases}$$

( N.B. Il problema assegnato corrisponde all'equazione differenziale in variabile complessa  $u' = iu$ ,  $u(0)=1$ )

Approssimare il sistema di equazioni con il metodo Eulero Esplicito. Eseguire prove per  $N = 100$ ,  $1000$ ,  $10000$ . Calcolare con Matlab l'errore finale per ognuna delle due componenti e osservare come esso tenda a zero al crescere di N. Per ogni valore di N, fare un grafico sovrapposto di soluzione esatta e approssimata per ognuna delle due componenti.

Tracciare un grafico della traiettoria nel piano della soluzione esatta e di quella approssimata e vedere come questo si modifichi al crescere di N.