

Laboratorio 3

Obiettivi

- a) Studio dell'evoluzione dell'errore in tre casi emblematici (Es 3.1, Es. 3.2)
- b) Costruzione di una libreria di funzioni per il calcolo matriciale
- c) Implementazione dei metodi di Eulero Esplicito ed Eulero Implicito per problemi lineari.

Esercizio 3.1

Approssimare i problemi seguenti con il metodo di Eulero Esplicito lavorando in singola precisione (float) per diversi valori di N, eseguendo il grafico sovrapposto di soluzione esatta ed approssimata. Dare una giustificazione della diversità dei risultati ottenuti nei due casi.

$$\begin{cases} u' = 3(u - t), & t \in [0,5] \\ u(0) = 1/3 \end{cases} \quad \text{Soluzione: } u(t) = t + 1/3$$

$$\begin{cases} u' = -15u + 5, & t \in [0,1] \\ u(0) = 1/3 \end{cases} \quad \text{Soluzione: } u(t) = 1/3$$

Esercizio 3.2

Approssimare il seguente sistema di E.D.O con il metodo di Eulero Esplicito per diversi valori di N. Eseguire il grafico di soluzione esatta ed approssimata.

Ripetere l'esercizio perturbando il valore iniziale $u_1(0)$ di una quantità ε . Confrontare il comportamento della soluzione perturbata con quello della soluzione non perturbata; eseguire prove per $\varepsilon = 1e-10, 1e-7, 1e-4, 1e-1$. Dare una giustificazione dei risultati ottenuti.

$$\begin{cases} u_1' = u_2 \\ u_2' = u_1 \\ u_1(0) = 1 \\ u_2(0) = -1 \end{cases} \quad t \in [0, 20] \quad \text{Sol: } \begin{cases} u_1(t) = e^{-t} \\ u_2(t) = -e^{-t} \end{cases} \quad \text{pb. perturbato: } \begin{cases} u_1' = u_2 \\ u_2' = u_1 \\ u_1(0) = 1 + \varepsilon \\ u_2(0) = -1 \end{cases}$$