

Laboratorio 7

Obiettivi

Elevare l'ordine di un metodo con l'**estrapolazione di Richardson**: sia Φ un qualsiasi metodo Runge-Kutta esplicito di ordine p e sia U_n l'approssimazione al tempo t_n . Siano

$$V = \Phi(t_n + \tau, t_n)U_n$$

$$W_1 = \Phi(t_n + \tau/2, t_n)U_n$$

$$W_2 = \Phi(t_n + \tau, t_n + \tau/2)W_1$$

Allora

$$U_{n+1} = W_2 + \frac{W_2 - V}{2^p - 1} \text{ è un metodo di ordine } p+1$$

Esercizio 7.1

Approssimare il problema 1.2 con il metodo Runge-Kutta 4 e con lo stesso metodo corretto con l'estrapolazione per $N = 10, 100, 1000, 10000$. Compilare nei due casi una tabella del tipo:

N	Errore al primo passo	Errore finale	Errore massimo tra i passi
10			
100			
1000			
10000			

Verificare l'aumento dell'ordine.

Esercizio 7.2

Approssimare il problema di Van der Pol in [alcuni problemi di Cauchy \(sistemi\)](#) con $\varepsilon = 1$ con il metodo di estrapolazione di Richardson dove Φ sia Runge-Kutta 4.

Utilizzando i dati già ottenuti nell'esercizio 6.2 compilare una tabella del tipo:

N	Errore Runge-Kutta 4	Errore Runge-Kutta 4 con estrapolazione
100		
1000		
10000		
100000		

Verificare l'aumento dell'ordine.