
Problemi d'esame di **Calcolo Numerico 2**

a.a. 2013/2014

Per ogni progetto fare attenzione in particolare ai seguenti punti:

- testare la correttezza della propria implementazione e documentarla brevemente nella relazione, e
- ove possibile, valutare la compabilità dei risultati numerici con quelli teorici.

La consegna corretta del progetto consiste in

- un file di formato pdf contenente la relazione (max. 5 pagine),
- un archivio di formato zip contenente i codici (ad esempio, nel caso di `codeblocks` la cartella associata al progetto corredata da tutte le funzioni).

Per ulteriore informazioni consultare le modalità d'esame sulla homepage del corso users.mat.unimi.it/users/veeser/calcnm2.html.

14.1. **Approssimando un ciclo limite.** Considerare il problema ai valori iniziali per l'equazione di Van der Pol

$$\begin{aligned}u_1' &= u_2 & u_1(0) &= u_1, \\u_2' &= \epsilon(1 - u_1^2)u_2 - u_1 & u_2(0) &= u_2,\end{aligned}$$

per

$$\epsilon = 1, \quad u_1 = 2.00861986087484313650940188, \quad u_2 = 0.$$

Applicare e confrontare i metodi di Runge-Kutta di Dormand-Prince 5(4), di Fehlberg 4(5)

0						
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$					
$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{9}{32}$				
$\frac{12}{13}$	$\frac{1932}{2197}$	$-\frac{7200}{2197}$	$\frac{7296}{2197}$			
1	$\frac{439}{216}$	-8	$\frac{3680}{513}$	$-\frac{845}{4104}$		
$\frac{1}{2}$	$-\frac{8}{27}$	2	$-\frac{3544}{2565}$	$\frac{1859}{4104}$	$-\frac{11}{40}$	
	$\frac{25}{216}$	0	$\frac{1408}{2565}$	$\frac{2197}{4104}$	$-\frac{1}{5}$	0
	$\frac{16}{135}$	0	$\frac{6656}{12825}$	$\frac{28561}{56430}$	$-\frac{9}{50}$	$\frac{2}{55}$

e

$$u' = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} u, \quad u(0) = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Valutare l'adeguatezza di ognuna dei sei formule per i problemi proposti e, dove sensato, confrontare il bilanciamento errore-numero di valutazioni di f .

14.4. Reazione di tre specie. Considerare il seguente sistema per la reazione di tre specie:

$$\begin{aligned} u_1' &= -0.04u_1 + 10^4 u_2 u_3 \\ u_2' &= 0.04u_1 - 10^4 u_2 u_3 - 3 \cdot 10^7 u_2^2 \\ u_3' &= 3 \cdot 10^7 u_2^2 \end{aligned}$$

Osservare che $u_1 + u_2 + u_3$ è un primo integrale. Applicare i metodi di Gauss con 1, 2 e 3 stadi e indagare se l'approssimazione di $u_1 + u_2 + u_3$ viene conservata in tempo per diversi valori iniziali.

Inoltre, posto

$$Q^+ := \{z = (z_1, z_2, z_3) \in \mathbb{R}^3 \mid z_1 \geq 0, z_2 \geq 0, z_3 \geq 0\},$$

chiarire se per $u(0) \in Q^+$ la traiettoria $\mathbb{R}^+ \ni t \mapsto u(t)$ può lasciare o meno il quadrante Q^+ . Illustrare numericamente la risposta.

INFORMAZIONI:

Homepage del corso:

<http://www.mat.unimi.it/users/veeser/calculus2.html>

Prof. A. Veeser

Studio: 2051 (nel "sottotetto")

Telefono: 02.503.16186

E-mail: andreas.veeser@unimi.it

Orario di ricevimento: Martedì 8:30 – 10:30

Dott.ssa N. Bressan

Studio: 1038

Telefono: 02.503.16138

E-mail: nicoletta.bressan@unimi.it

Orario di ricevimento: su appuntamento