

Laboratorio 11

Obiettivi

- Confrontare i risultati ottenuti da un metodo RK implicito e da un RK esplicito a parità di ordine e di costo computazionale.
- Scelta della tolleranza (toll) nel metodo Newton.
- Scelta del metodo di approssimazione opportuno per un sistema di EDO.

Esercizio 11.1

Inserire nel programma che implementa RK implicito un contatore delle valutazioni di f (Nota: la valutazione dello Jacobiano costa $d - \text{dimensione del problema} - \text{valutazioni di f}$).

Approssimare il problema:

$$\left\{ \begin{array}{l} u_1' = -6u_1u_2 \\ u_2' = 5u_2^{4/5} \\ u_1(0) = 1/e \\ u_2(0) = 1 \end{array} \right. \quad t \in [0, 10],$$

la cui soluzione è

$$u_1 = \exp[-(t+1)^6]$$

$$u_2 = (t+1)^5$$

con il metodo RK di Gauss2 (toll = 1e-14, nitmax=20) e con RK4 a parità di costo computazionale.

Calcolare l'errore finale in norma 2.

Eeguire le seguenti prove:

Gauss 2			RK4	
N	nvf = n° valutazioni f	Errore finale	N = nvf / n° stadi	Errore finale
100				
1000				
10000				

Compilare la tabella e trarre le debite conclusioni.

Esercizio 11.2 Dell'importanza della scelta della tolleranza

Si consideri il problema di Van der Pol. Lo si approssimi con Gauss1, $N = 10$, per i diversi valori della tolleranza riportati nella tabella sottostante. Confrontare gli errori finali misurati tramite la norma 2 della differenza tra valori iniziali e finali (per i dati assegnati la traiettoria si chiude)

$N = 10$, $\text{nitmax} = 80$

toll	Errore finale
1	
1e-3	
1e-6	
1e-9	

Esercizio 11.3

Dal foglio dei progetti d' esame dell'a.a. 2015/16: svolgere l'esercizio solo per $t = 90$.

1. Reazione di Belusov-Zhabotinsky. Il sistema

$$\begin{aligned} u_1' &= 77.27 \left(u_2 + (1 - 8.375 \cdot 10^{-6} u_1 - u_2) u_1 \right) \\ u_2' &= \frac{1}{77.27} \left(u_3 - (1 + u_1) u_2 \right) \\ u_3' &= 0.161 (u_1 - u_3), \end{aligned}$$

detto oregonatore, è un modello per la reazione chimica di Belusov-Zhabotinsky. Scegliere in modo motivato un opportuno metodo numerico per ottenere delle approssimazioni per $u(t)$ con $t = 30, 60, 90, \dots, 360$, partendo da

$$u_1(0) = 1, \quad u_2(0) = 2, \quad u_3(0) = 3.$$

Esercizio 11.4

Si consideri il problema di Cauchy:

$$Y' = \begin{bmatrix} 9 & 24 \\ -24 & -51 \end{bmatrix} Y + \begin{bmatrix} 5\cos(t) - \frac{1}{3}\sin(t) \\ -9\cos(t) + \frac{1}{3}\sin(t) \end{bmatrix}, \quad Y(0) = \begin{bmatrix} 4/3 \\ 2/3 \end{bmatrix} \quad t \in [0, 100],$$

approssimarlo con un metodo numerico opportuno

Esercizio 11.5

Si consideri il problema di Cauchy:

$$Y' = \begin{bmatrix} -203 & -103 \\ +206 & +106 \end{bmatrix} Y, \quad Y(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad t \in [0, 1],$$

approssimarlo con un metodo numerico opportuno.