Laboratorio 4

Obiettivi

a) Confronto costo/prestazioni tra un metodo di ordine 1 e un metodo di ordine 2 (Es. 4.1)

b) Evidenziare la relazione tra convergenza e aritmetica in precisione finita (Es.4.2, Es. 4.3))

Esercizio 4.1

Approssimare il seguente problema per q = 2:

$$\begin{cases} u' = t^q u, & t \in (0,1) \\ u(1) = e^{1/(q+1)} \end{cases}$$

Di soluzione $u(t) = \exp\left(\dfrac{t^{q+1}}{q+1}\right)$

con i metodi di Eulero Esplicito e di Eulero Modificato, $U_{n+1} = U_n + \tau\, f(t_n + \tau/2\ ,\ U_n + (\tau/2)\, f(t_n\ U_n))$, per $N = 10^k$, k = 1, 2, 3, 4.

Utilizzando la tabella degli errori finali, stimare l'ordine dei due metodi e confrontarne le prestazioni in termini di costo/precisione.

Consiglio: commentare le parti di programma che eseguono la stampa su file dei valori intermedi della soluzione approssimata, lasciando solo la stampa del valore finale.

Esercizio 4.2

Approssimare il problema di Cauchy

$$\begin{cases} u' = u, & t \in [0,2] \\ \quad u(0) = 1 \end{cases}$$

con il metodo di Eulero Esplicito ad N passi.

Lavorare in doppia precisione (double). Eseguire prove per $N = 10^k$, k = 1, 2, …, 7. memorizzando l'errore assoluto finale ottenuto ad ogni prova nella tabella sottostante.

Ripetere l'esercizio lavorando in precisione semplice (float).

NB.: commentare nel programma in C la stampa su file/video dei valori intermedi (t,U) prima di quello finale

N	Errore finale double	Errore finale float
10		
100		
1 000		
10 000		
100 000		
1 000 000		
10 000 000		

Con Matlab, usando in dati in tabella, fare un grafico sovrapposto in doppia scala logaritmica (comando loglog) degli errori in double e in float al variare di N

Mantenendo la doppia scala logaritmica, sovrapporre al grafico appena effettuato il grafico di 1/N e di (1e-7)*N e interpretare i risultati.

Esercizio 4.3

Riconsiderare il problema dell'Esercizio 4.1 e solo con Eulero Modificato compilare la tabella dell'errore finale anche per k = 5, 6, 7, lavorando sempre in doppia precisione.

Fare un grafico in doppia scala logaritmica dell'errore al variare di N sovrapponendo i grafici, sempre in loglog, di $(1/N)^2$ e di (1e-16)*N e interpretare i risultati.