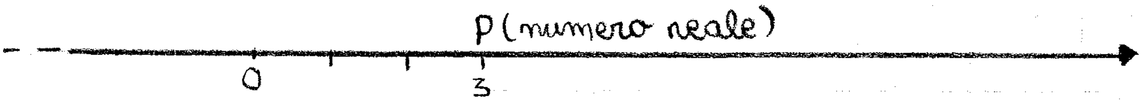
MATARESE STEFANIA

MOVIMENTO:

1) fissiamo un punto P su una retta:

2) diamo un numero al punto P e quindi:

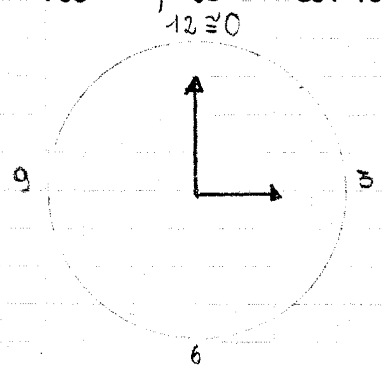
- fissiamo il punto O;
- stabiliamo l'unità di misura: 1u;
- diamo un verso alla retta: $\longrightarrow$



3) descrizione del movimento: STUDIO DI FUNZIONE $f_x(t)$

dove: • x è la posizione in un dato punto in funzione del tempo (t);

- anche il tempo (t) può essere considerato un punto su una retta, lo chiameremo t



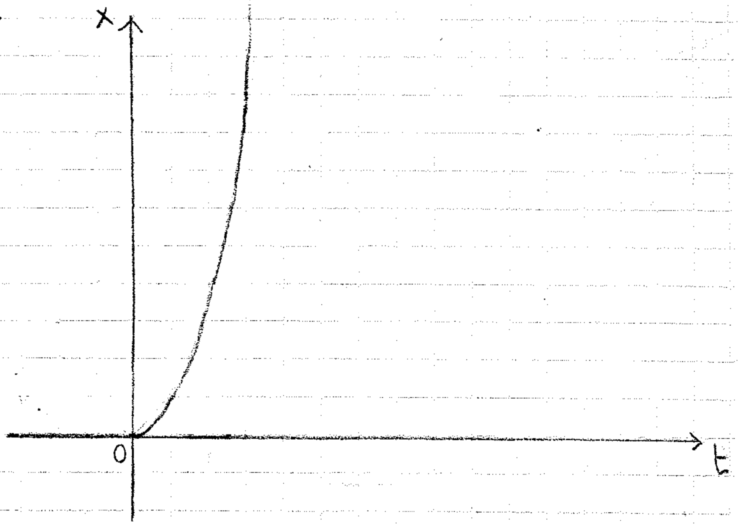
se immaginiamo di aprire la circonferenza del quadrante si ha una retta:

- esempio di una funzione del tipo $f_x(t)$

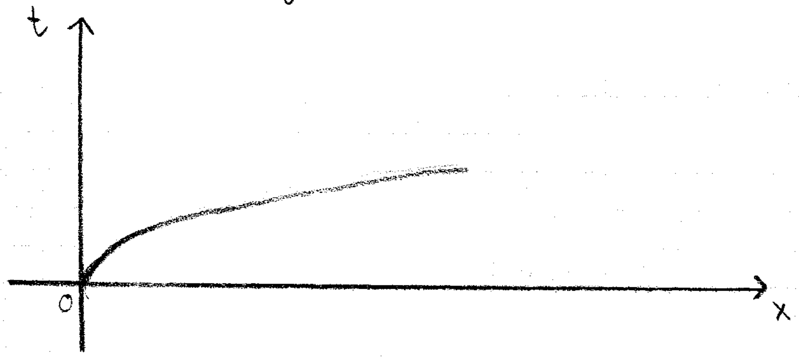
$$x(t) = t^2$$

t	$x = t^2$
0	0
1	1
2	4
3	9

$\xrightarrow{\text{grafico}}$



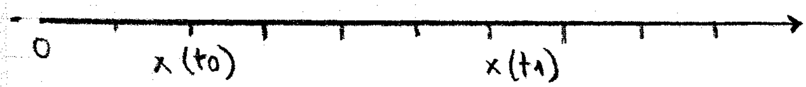
Con la relatività la rappresentazione grafica dello spazio tempo diventa la seguente



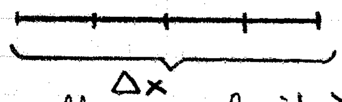
VELOCITÀ:

1) partiamo da un dato di velocità media conoscendo:

• le posizioni $x(t_0)$ e $x(t_1)$



• lo spazio percorso: $\Delta x = x(t_1) - x(t_0)$



2) calcolo della velocità media:

$$v_{m\,(t_0,t_1)} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$\Delta x \to$ spazio percorso

$\Delta t \to$ tempo impiegato per percorrere Δx

~~sviluppando~~: o equivalentemente

$$v_{m\,(t_0,t_1)} = \frac{x(t_1)-x(t_0)}{t_1-t_0} = \frac{x(t_1)-x(t_0)}{\tau} = \frac{x(t_0+\tau)-x(t_0)}{\tau}$$

riprendiamo $f_x(t)=t^2$ e applichiamolo alla formula della velocità appena sviluppata:

$$v_{m\,(t_0,t_0+\tau)} = \frac{(t_0+\tau)^2-(t_0)^2}{\tau} = \frac{\cancel{t_0^2}+2t_0\tau+\tau^2-\cancel{t_0^2}}{\tau} =$$

$$= \frac{\cancel{\tau}(2t_0+\tau)}{\cancel{\tau}} = 2t_0+\tau$$

è per definizione

3) calcolo della velocità istantanea ($v(t_0)$)

• la velocità istantanea si ottiene per $\Delta t \to 0$:

$$\lim_{\tau\to 0} v_{(t_0;\,t_0+\tau)} = v_{(t_0)}$$

• riprendiamo : $v_{m\,(t_0;\,t_0+\gamma)} = 2t_0 + \gamma$

si avrà : $v(t_0) = 2t_0 + 0 = 2t_0$

TASSO DI CRESCITA E DERIVATE:

1) prendiamo come esempio la funzione per la posizione

$x(t) = \alpha t$; dove α può assumere ~~infiniti~~ qualunque valore

2) sviluppiamo sostituendo i valori nella formula della velocità

$$v_{m\,(t_0;\,t_0+\gamma)} = \frac{x(t_0+\gamma) - x(t_0)}{\gamma}$$

sostituendo:

$$v_{m\,(t_0;\,t_0+\gamma)} = \frac{\alpha(t_0+\gamma) - \alpha(t_0)}{\gamma} = \frac{\cancel{\alpha(t_0)} + \alpha\gamma - \cancel{\alpha(t_0)}}{\gamma} = \frac{\alpha\cancel{\gamma}}{\cancel{\gamma}} = \alpha$$

$v_{m\,(t_0;\,t_0+\gamma)} = \alpha$

3) considerazioni:

- α è il TASSO DI CRESCITA della funzione della posizione $x(t) = \alpha t$;
- α è la derivata della funzione della posizione $x(t) = \alpha\{t\}$;
- α è la velocità per la funzione della posizione $x(t) = \alpha\{t\}$

ne consegue che

la velocità è la derivata della posizione e indica il tasso di crescita di quest'ultima.

simbolicamente indico la derivata con un punto:

derivata prima di x $\leftarrow \dot{x} = v$

4) ora prendiamo la funzione della posizione

$x(t) = t^2 + \beta$

avendo nota la velocità, a meno di una costante additiva, posso risalire al movimento:

$$x(0) = 0 + \beta$$
$$x(t) = t^2 + x_0$$

β, x_0 → valori costanti (sono le condizioni iniziali)

ACCELERAZIONE:

1) l' accelerazione è la derivata prima della velocità e la derivata seconda della posizione:

$$a(t) = \dot{v}(t) = \ddot{x}(t)$$

dove:

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \qquad a(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

vale quindi il principio per cui l'accelerazione indica il tasso di crescita della velocità.

NOTE sugli studi di Galileo Galilei:

- Galilei osservò che se v dovesse aumentare con la distanza percorsa il corpo rimarrebbe fermo
- Stabilisce quindi che la velocità di un corpo in movimento aumenta con il tempo trascorso.

2) sappiamo che:

- $v(t) = gt$
- $a(t) = g = \dot{v}(t) = g = \ddot{x}(t) = g \rightarrow$ dove g è una costante che indica il tasso di crescita della velocità
- N.B. la situazione descritta qui sopra è molto particolare perchè ha:

$$\text{C.I.} \quad \begin{cases} v_0(t) = 0 \\ x_0(t) = 0 \end{cases}$$

Consideriamo ora • una situazione in cui $v_0(t) \neq 0$ e $x_0(t) = 0$

$$v(t) = gt + v_0$$

• una situazione in cui $v_0(t) \neq 0$ e $x_0(t) \neq 0$

$$x(t) = g\frac{t^2}{2} + v_0 t + x_0 = \frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + x_0$$

SUL DETERMINISMO LAPLACIANO:

riprendiamo: $\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t + x_0$

SE: 1) il mondo è composto di punti materiali;

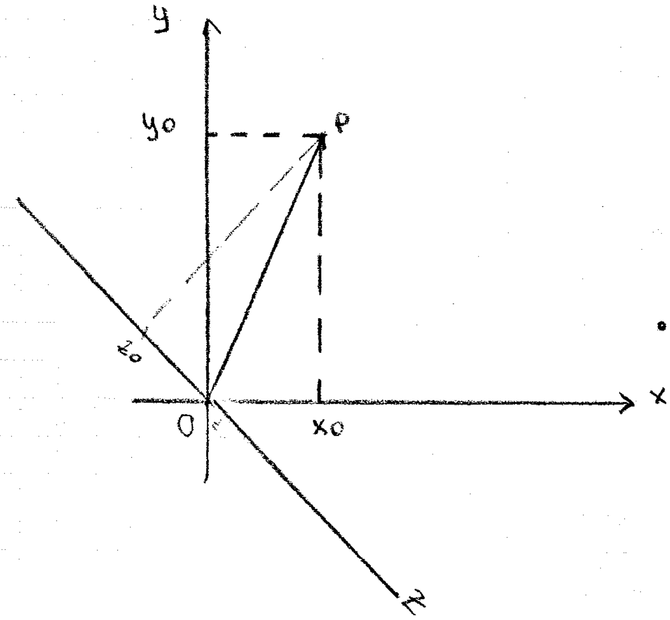
2) conosciamo v e x di ciascuno di questi punti;

3) g è una costante

ALLORA: potremmo conoscere il <u>movimento totale</u>, passato e presente e futuro

MATARESE STEFANIA

VETTORI :



1) fisso un punto P sul piano

2) lo collego a O

$\downarrow$

ottengo il vettore spostamento $\vec{x}$

- $\vec{x}$ è composto da $(x;y;z)$ che possono essere descritti da tre numeri, le proiezioni sugli assi $x;y;z$

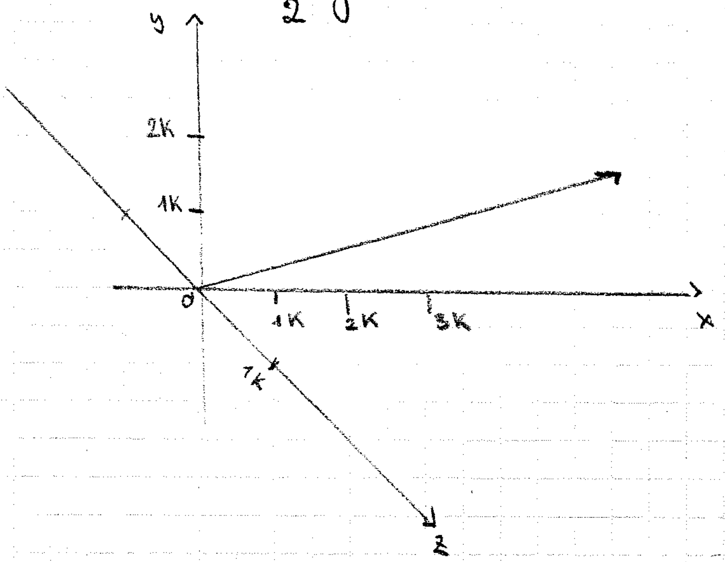
3) vale la regola per cui:

$$\ddot{\vec{x}}(t) = \dot{\vec{v}}(t) = a(t)$$

4) i vettori servono a capire la <u>direzione</u>

5) prendiamo $-\vec{K}g = \ddot{\vec{x}}$ sappiamo che l'accelerazione andrà verso il basso

$$\vec{x}(t) = -\frac{1}{2} g t^2 \vec{K} + \vec{v_0} t + \vec{x_0}$$



GRAVI NEL VUOTO:

massa inerziale inversamente prop ad a.

$a = -gK$ → versone verticale verso l'alto

→ costante di accelerazione gravitazionale

da $F = \cancel{m} a = -\cancel{m} gK$ (massa inerziale, massa gravitaz)

$F = a = -gK$

quando non è vuoto si deve guardare l'area del solido → perché è con questa che fa resistenza.

Forza gravitaz. è il prodotto delle masse grav. che si attraggono → massa grav. è dirett. prop alla massa inerziale

$\ddot{x} = -gK$

→ derivata seconda del movimento (dove $a(t) = \ddot{x}(t)$)

PRIME DUE LEGGI DI NEWTON ATTRIBUITE A GALILEO:

1) la caduta dei gravi varia col passare del tempo
2) il moto dei proiettili è descritto da una parabola

MOTI DEI PIANETI INTORNO AL SOLE:

$$\ddot{x} = \frac{C_S}{r^2} \cdot \frac{x}{r}$$

dove C_S → costante caratteristica del Sole

S → posizione Sole ; P → posizione pianeta ; $x = P - S$

$r \to |x|$

succede che: Il Sole esercita su ogni pianeta un'azione accelerattrice, che fa sì:
1) che il pianeta devii dal suo moto rettilineo uniforme
2) si produce un accelerazione diretta dal pianeta al Sole $\left(-\frac{x}{r}\right)$ ed è inversamente proporzionale al quadrato della distanza

CADUTA GRAVI	MOTO DEI PIANETI
accelerazione costante indipendentemente dal posto:	si ha un campo di accelerazioni dipendenti dal posto:
$a = -gK$	$a = -\frac{C_S}{r^2} \cdot \frac{x}{r}$
$\ddot{x} = -gK$	$\ddot{x} = -\frac{C_S}{r^2} \cdot \frac{x}{r}$

2 PROBLEMI (uno inverso dell'altro):

- indurre il campo di forze (accelerazioni) dal moto – INVERSO
- dedurre il moto dal campo di forze (accelerazioni) – DIRETTO

Campo di forze corrispondente alla legge

$$\ddot{x} = -\frac{Cs}{r^2} \cdot \frac{x}{r}$$

deve essere letto come corrispondente ad un campo di forze (CAMPO DI FORZE GRAVITAZIONALI) prodotto da un punto.

$$F(x) = -G \frac{m^1 \cdot m^2}{r^2} \quad \frac{x}{r}$$

dove:

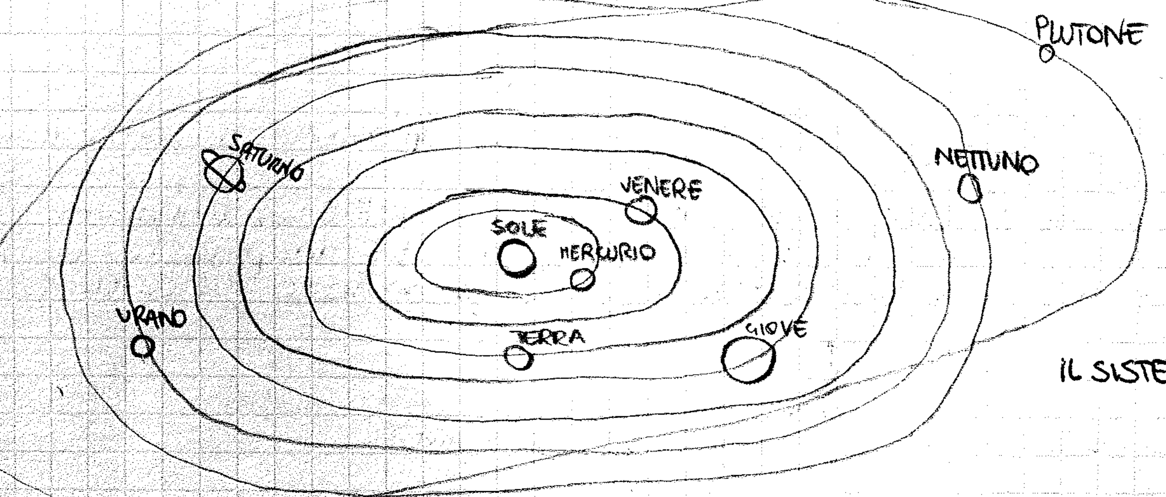
G → costante di gravitazione universale

m1 → punto attraente (MASSA) ; m2 → punto attratto (MASSA)

GEOCENTRICO ed ELIOCENTRICO:

ATTENZIONE → rappresentazione che abbiamo del sistema solare è una trasposizione immaginaria di fenomeni che effettivamente vediamo dalla Terra

↳ rappresenta quello che vedremmo se ci trovassimo sul Sole.



IL SISTEMA SOLARE

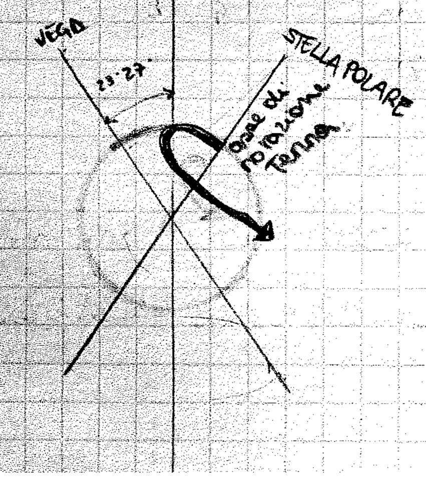
Ma cosa vediamo noi dalla Terra?

1) MOTO DIURNO: • Sole nasce ad Est e cala ad Ovest
• Stelle nascono ad Est e calano ad Ovest

⇓ PERCHÈ:

a) stelle sono fisse

b) Terra ruota in un giorno attorno ad un asse passante grossomodo per la Stella Polare e per il centro della Terra



Noi prescindiamo dal moto diurno montando telescopi che ruotano con la Terra.

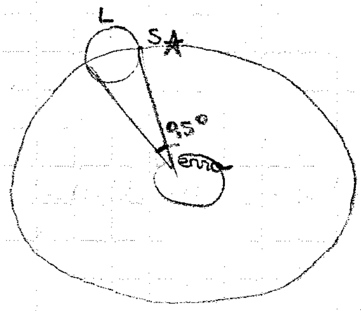
Sarebbe più pratico immaginare che la Terra è fissa e il cielo le ruota attorno, rispetto a un asse che passa nel suo centro.

NOTIAMO CHE rispetto alle stelle fisse ci sono corpi che si muovono:

1) LUNA → compie un giro in 28 giorni
2) SOLE → compie un giro in un anno
3) MERCURIO → compie un giro in tre mesi
4) VENERE → compie un giro in sei mesi
5) MARTE → compie un giro in tre anni
6) GIOVE → compie un giro in dodici anni
7) SATURNO → compie un giro in trent'anni

dove: tempo per percorrere un giro è T.

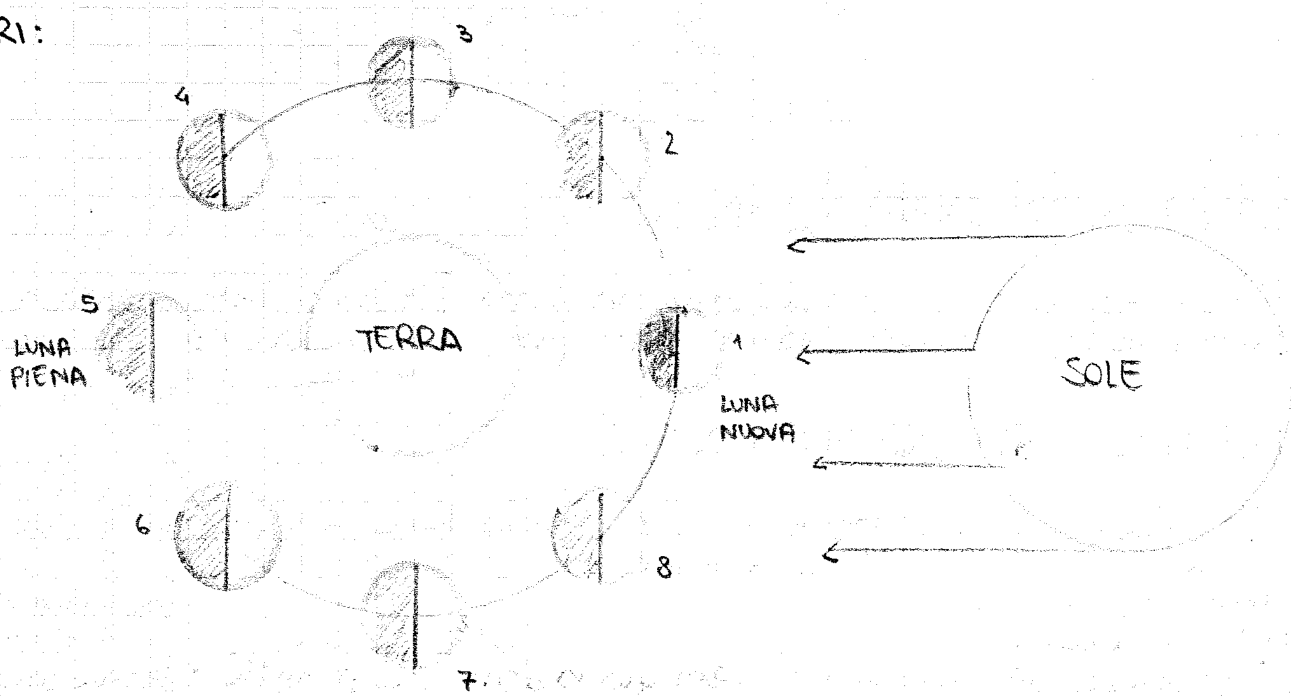
esercizio →



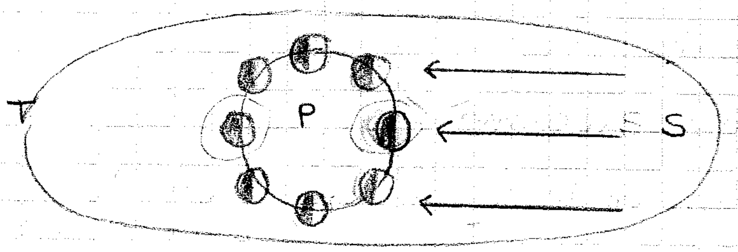
se • disco lunare occupa $0,5°$
• T luna è circa 28 gg
⇓
In 28 gg → 360°
In 1 g → $360° : 28 = 12,857°$
In 1 h → $12,857° : 24 = \underline{0,536°}$

tempo impiegato per superare la Stella
$360° : 672\,h = 0,5° : \ h$
$360° : 672\,h = 0,5° : 0,93\,h$

FASI LUNARI:

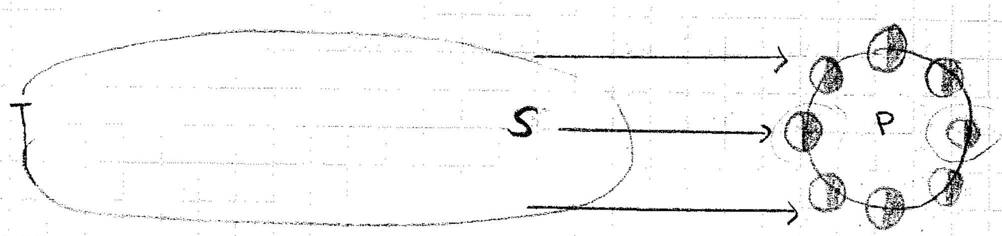


1) Corpo che ruota attorno ad un punto P situato tra Terra e Sole



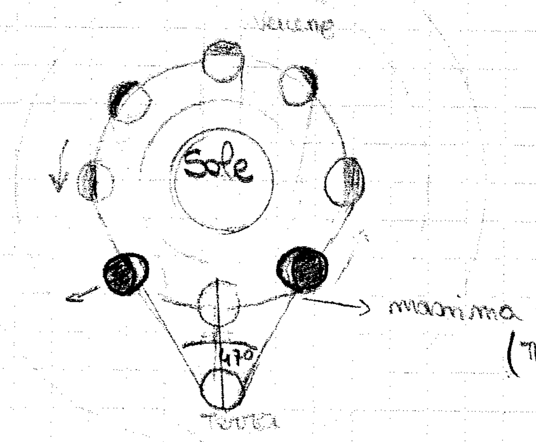
2 fasi nuove

2) Corpo che ruota intorno ad un punto P oltre il sole



2 fasi piene

3) Corpo che ruota intorno a un punto P con centro nel Sole



1 fase nuova e una piena come la luna

massima elongazione ovest (ALBA)

massima elongazione est (TRAMONTO)

OSSERVAZIONI DI GALILEO nei "Dialoghi":

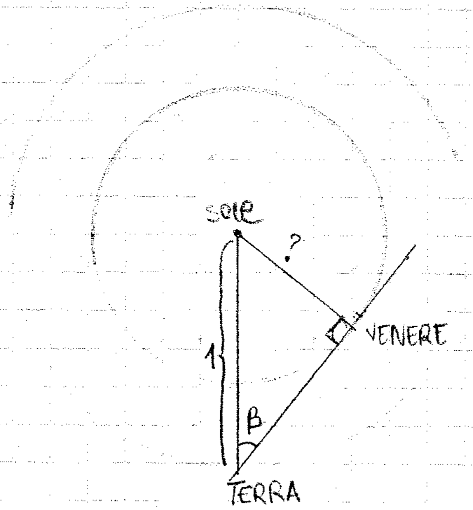
1) Venere ha delle fasi proprio come la Luna
2) Marte, Giove e Saturno non hanno fasi

] le fasi di Venere servono a conferma re quella che in Copernico era solo teoria.

ALTRE PROVE A SOSTEGNO DI COPERNICO:

1) Osservazione di montagne e crateri sulla Luna → VS perfezione sfere celesti
2) Satelliti di Giove → Terra non era più l'unico centro.
3) Anelli di Saturno
4) Macchie solari
5) Coincidenza del numero di retrogradazioni nei pianeti esterni con il loro periodo T espresso in anni terrestri. Il num. di retrogradazioni = num. oscillazioni Terra.
↗ es: in 12 anni (Giove) < 12 retrogradazioni Giove, 12 oscillazioni Terra
↳ PERCHÉ AVVIENE MOTO RETROGRADO: ad esempio se la Terra si muove più velocemente di Marte, lo sorpassa e dalla Terra lo si vede sempre più lontano
6) Il periodo dei pianeti cresce man mano che ci si allontana dal Sole, ma quando ci si allontana fino alle stelle fisse la macchina celeste ha una forte accelerazione → T = 1 giorno terrestre: rotazione terra sul proprio asse.

PROBLEMA:



se

$\beta = 47°$

$\overline{ST} = 1$

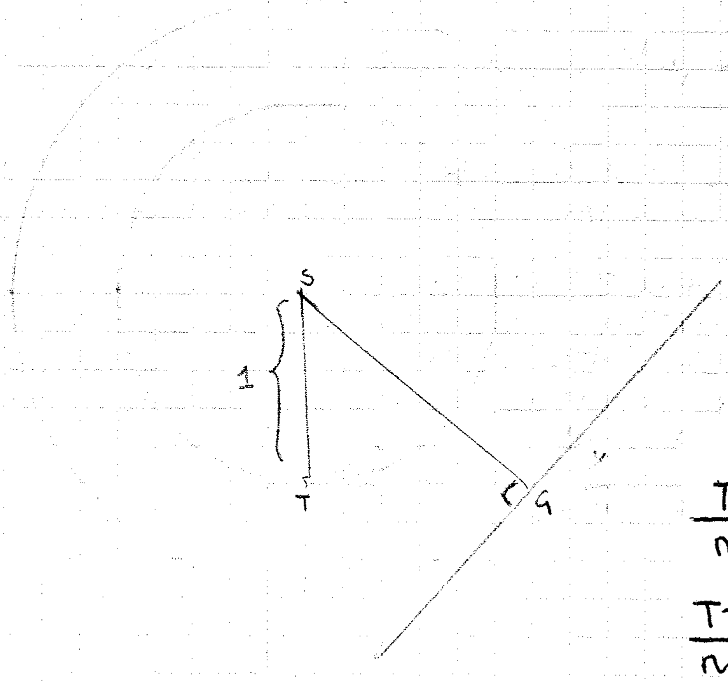
$\overline{SV} = ?$

$\overline{SV} = \overline{ST} \operatorname{sen} \beta = 1 \operatorname{sen} 47° = 0,1$

RETROGRADAZIONI: i pianeti esterni sono sganciati dal Sole e compiono duran
il periodo di rivoluzione intorno al Sole tante retrogradazioni, quante o
oscillazioni della terra nello stesso periodo → il numero corrisponde al pe
do del pianeta espresso in anni terrestri.

↳ ecco perchè Ticho Brahe pensava che la terra fosse al centro.

PROBLEMA:



$\overline{SG} = ?$

$T_{Giove} = 12$ anni

$T_{Terra} = 1$ anno

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$\overline{ST} = 1$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{T_1^2}{r_1^3}$$

$$\frac{T_{Terra}^2}{r_{Terra}^3} = \frac{T_{Giove}^2}{r_{Giove}^3}$$

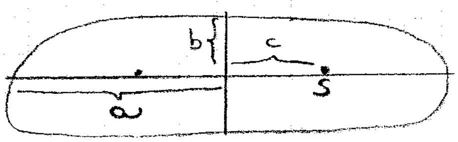
$$1 = \frac{144}{r^3}$$

$$r^3 = 144$$

$$r = \sqrt[3]{144} = 5,24$$

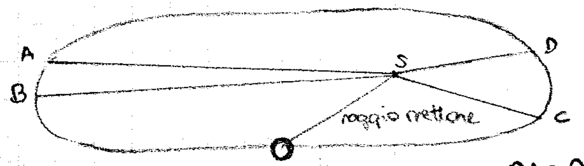
3 LEGGI DI KEPLERO:

1) Le orbite dei pianeti sono ellissi e il Sole ne occupa uno dei due fuochi



dove: a = semiasse maggiore
b = semiasse minore
c = semi-distanza focale
$c = \sqrt{a^2 - b^2}$ $\quad e = \frac{c}{a}$ = eccentricità

2) Le aree descritte dal raggio vettore che va dal Sole a un pianeta sono proporzionali ai tempi impiegati a percorrerle; o anche la linea che va dal Sole al pianeta spazza aree uguali in tempi uguali



OSSERVAZIONI:
① velocità orbitale non è costante
MAX → perielio ; MIN → afelio
② velocità orbitale è inversamente proporzionale al modulo del raggio vettore

3) I quadrati dei tempi dei periodi di rivoluzione dei pianeti (T^2) sono proporzionali ai cubi dei semiassi maggiori (a^3).

Newton dette a tali leggi una lettura matematica.

Ogni pianeta subisce da parte del Sole una ben definita accelerazione.
↳ RISPETTO A GALILEO:
analogia → leggi dei moti descritte attraverso la loro accelerazione
estensione → accelerazione non è più costante ma varia rispetto al punto
↓
- CAMPO DI ACCELERAZIONI
- TIPO CENTRALE: direzione corpo → Sole
- INVERSAMENTE PROPORZIONALE AL QUADRATO DELLA DISTANZA
- La stessa legge vale per un corpo qualsiasi ad una qualsiasi distanza r dal Sole.

$$a = -\frac{C_S}{r^2}\,\frac{x}{r} = -\frac{C_S}{r^2}\,e_r$$

dove $\cdot\ C_S = 4\pi^2 \dfrac{r_0^3}{T_0^2}$

$\cdot\ r = |x|$ = distanza pianeta - Sole

con orbite ellittiche r_0 è sostituito dal semiasse maggiore a_0

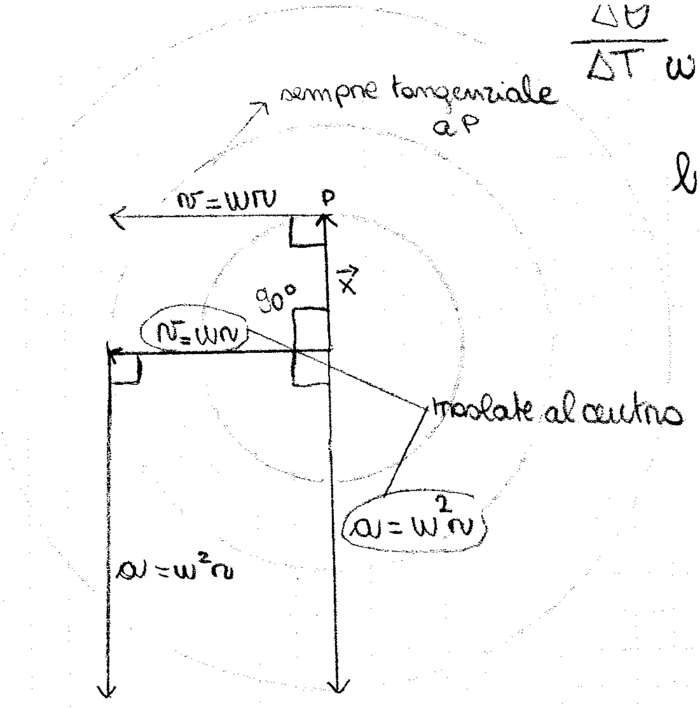
IPOTESI SEMPLIFICANTE ⇒ MOTO CIRCOLARE

- 2^a legge si riduce ad affermare che il moto è anche uniforme

$\frac{\Delta\theta}{\Delta T}$ / vettore che ruota e il tempo impiegato a compiere la rotazione

ω = velocità angolare $= \frac{2\pi}{T}$

angolo di 360°



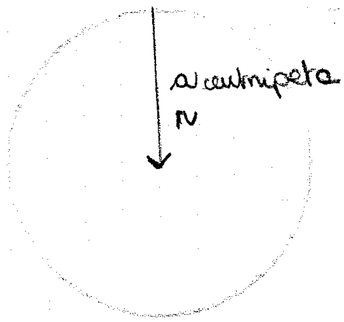
l = diametro $= 2\pi r$

$v = \frac{2\pi r}{T} = \omega r$

N.B. $\frac{\Delta S}{\Delta T} = \frac{2\pi r}{T}$

$\frac{1}{T} = f$

$\dot{\vec{\omega}} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}$



$\frac{2\pi r}{T}$

$= \frac{2\pi v}{T}$

è v

$a(r) = \omega^2 r = \frac{4\pi^2}{T^2} \cdot r$

per la TERZA LEGGE:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{T_0^2}{r_0^3} = \frac{T_1^2}{r_1^3} = \alpha$$

quindi $T^2 = \frac{T_0^2}{r_0^3} \cdot r^3 = \alpha \cdot r^3$

$\ddot{x} = -\frac{C_s}{r^2} \cdot \frac{x}{r}$ → versore, indica la direzione, accelerazione come derivata seconda del moto

RICAPITOLANDO:

- $\omega = \frac{2\pi}{T}$
- $v = \frac{2\pi r}{T} = \omega \cdot r$
- $\frac{T^2}{r^3} = \frac{T_0^2}{r_0^3} = \alpha$
- $C_s = 4\pi^2 \cdot \frac{r_0^3}{T_0^2} = \frac{4\pi^2}{\alpha}$
- $a(r) = \omega^2 r = \frac{(4\pi)^2}{T^2} \cdot r$

$T^2 = \frac{T_0^2}{r_0^3} \cdot r^3$

$a(r) = \frac{(4\pi)^2 \cancel{\alpha}}{T_0^2 \cdot r^{\cancel{3}2}} \cdot r_0^3 = \frac{(4\pi)^2}{T_0^2 \, r^2} \cdot r_0^3 =$

T^2 ; C_s

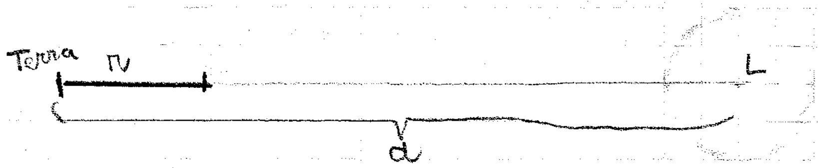
$= C_s \cdot \frac{1}{r^2}$

MOTO PIANO: direzione del momento angolare e costante rispetto al centro intorno al quale gira.

modulo del momento angolare $(p = m \cdot v)$ è proporzionale alla velocità areolare
$(\vec{L} = \vec{r} \cdot \vec{p})$ tasso di crescita dell'area spazzata col variare del tempo $\frac{\Delta a}{\Delta t}$
vettore posizione
vettore quantità di moto

? [NOTA: la velocità areolare si svolge nel piano ed è proporzionale alla quantità di moto (momento angolare) → anche momento angolare è piano

Esercizio 1



dati

$r = 4 \cdot 10^7 / 2\pi \ m = 6369426{,}752 \ m$ $\qquad a_L = ?$

$d = 60 \cdot r$

$T_L = 27d \ . \ 7h \ . \ 43m = 2360580 \ sec$

$$a_L = \frac{4\pi^2 d}{T^2}$$

$$= \frac{(4\pi)^2 \cdot 60 \cdot 6369426{,}752 \ m}{(2360580 \ sec)^2} = \frac{1{,}5072^{10} \ m}{5{,}5723^{10} \ s^2} =$$

$$= 0{,}27 \cdot 10^{-2} \ m/s^2$$

Esercizio 2:

$$C_T = \frac{4\pi^2 r^3}{T^2} \qquad \text{dove: } r^3 = d^3 = [(60 \cdot r) \ m]^3$$
$$T^2 = [(2360580) \ s]^2$$

$$\frac{2{,}1455^{24} \ m^3}{5{,}5723^{12} \ s^2} = 0{,}385^{12} \ \frac{m^3}{s^2}$$

$$a_T = (60)^2 \ a_L = 0{,}0027 \ m/s^2 \cdot 3600 = 9{,}8 \ m/s^2$$