

Un punto di vista euristico relativo alla generazione
e alla trasformazione della luce (1905)

Fra le descrizioni teoriche che i fisici si sono formati dei gas e di altri corpi ponderabili, e la teoria di Maxwell dei processi elettromagnetici nel cosiddetto spazio vuoto, vi è una profonda differenza formale. Mentre, infatti, lo stato di un corpo si considera completamente determinato dalla posizione e dalla velocità di un numero finito, anche se grandissimo, di atomi e di elettroni, per la determinazione dello stato elettromagnetico di uno spazio si utilizzano funzioni spaziali continue, sicché a definire compiutamente un tale stato non può essere considerato sufficiente un numero finito di grandezze. Secondo la teoria di Maxwell, in tutti i fenomeni puramente elettromagnetici, e quindi anche nel caso della luce, l'energia dev'essere concepita come una funzione spaziale continua, mentre, secondo la concezione attuale dei fisici, l'energia di un corpo ponderabile dev'essere rappresentata come una somma estesa agli atomi e agli elettroni. L'energia di un corpo ponderabile non può suddividersi in parti arbitrariamente numerose e arbitrariamente piccole, mentre secondo la teoria di Maxwell (o, più in generale, secondo ogni teoria ondulatoria) l'energia di un raggio luminoso emesso da una sorgente di luce puntiforme si distribuisce con continuità su un volume via via crescente.

La teoria ondulatoria della luce basata su funzioni spaziali continue si è dimostrata eccellente per la descrizione dei fenomeni puramente ottici e non sarà certo mai sostituita da un'altra teoria. Si deve tuttavia tener presente che le osservazioni ottiche si riferiscono a valori medi temporali, e non già a valori istantanei, e nonostante gli esperimenti abbiano pienamente confermato la teoria

della diffrazione, della riflessione, della rifrazione, della dispersione e così via, è concepibile che una teoria della luce basata su funzioni spaziali continue porti a contraddizioni con l'esperienza se la si applica ai fenomeni della generazione e della trasformazione della luce. A me sembra in effetti che le osservazioni sulla « radiazione di corpo nero », la fotoluminescenza, la generazione dei raggi catodici tramite luce ultravioletta e altre classi di fenomeni concernenti la generazione o la trasformazione della luce appaiano più comprensibili nell'ipotesi di una distribuzione spaziale discontinua dell'energia luminosa. Secondo l'ipotesi che sarà qui considerata, quando un raggio luminoso uscente da un punto si propaga, l'energia non si distribuisce in modo continuo in uno spazio via via più grande; essa consiste invece in un numero finito di quanta di energia, localizzati in punti dello spazio, i quali si muovono senza dividersi e possono essere assorbiti e generati solo nella loro interezza.

Nel seguito esporrò il ragionamento e citerò i fatti che mi hanno condotto su questa strada, nella speranza che il punto di vista qui illustrato possa dimostrarsi utile alle ricerche di qualche studioso.

1. *Su una difficoltà relativa alla teoria della radiazione di corpo nero*

Per cominciare ci collochiamo nella prospettiva della teoria di Maxwell e della teoria dell'elettrone e consideriamo il caso seguente. In una regione dello spazio, chiusa da pareti perfettamente riflettenti, si trovi un certo numero di molecole di gas e di elettroni; supporremo che essi siano liberi di muoversi e che esercitino l'uno sull'altro forze conservative quando si avvicinano molto tra loro, cioè che possano entrare in collisione come molecole di un gas secondo la teoria cinetica dei gas.¹ Supporremo inoltre che un certo numero di elettroni siano attratti da punti dello spazio, molto distanti gli uni dagli altri, con forze orientate verso questi punti e proporzionali alle elongazioni.

¹ Ciò equivale a supporre che, all'equilibrio termico, l'energia cinetica media sia uguale per le molecole del gas e per gli elettroni. Per mezzo di quest'ultima ipotesi, Drude, com'è noto, ha ricavato per via teorica l'andamento delle conduttività termica ed elettrica dei metalli.

Anche questi elettroni potranno avere un'interazione conservativa con le molecole e gli elettroni liberi, quando questi ultimi si avvicinano molto. Chiameremo «risonatori» gli elettroni legati ai punti dello spazio; essi emettono e assorbono onde elettromagnetiche di frequenza determinata.

Nello spazio considerato, la radiazione che si ricava in base alla teoria di Maxwell per il caso dell'equilibrio dinamico, dovrebbe, secondo le concezioni attuali sulla formazione della luce, coincidere con la radiazione di corpo nero, almeno se si suppone che siano presenti risonatori per tutte le frequenze da prendere in considerazione.

Prescindiamo per il momento dalla radiazione emessa o assorbita dai risonatori, e domandiamoci quale sia la condizione di equilibrio dinamico corrispondente all'interazione (agli urti) di molecole ed elettroni. La teoria cinetica dei gas prescrive, come condizione d'equilibrio, che la forza viva media di un elettrone risonatore sia uguale all'energia cinetica media del moto di traslazione di una molecola del gas. Se scomponiamo il moto dell'elettrone risonatore in tre moti oscillatori mutuamente ortogonali, per il valor medio \bar{E} dell'energia di un siffatto moto oscillatorio rettilineo si trova

$$\bar{E} = \frac{R}{N} T,$$

dove R è la costante assoluta dei gas, N il numero delle «molecole reali» in un grammo equivalente, e T la temperatura assoluta. Dunque l'energia \bar{E} , per l'uguaglianza dei valori medi temporali dell'energia cinetica e dell'energia potenziale del risonatore, è pari a $2/3$ della forza viva di una molecola monoatomica di gas libera. Se ora per un qualche motivo – nel nostro caso, per processi di irraggiamento – l'energia di un risonatore possedesse un valor medio temporale maggiore o minore di \bar{E} , allora gli urti con gli elettroni liberi e le molecole porterebbero a una cessione, mediamente non nulla, di energia al gas, ovvero a un assorbimento di energia dal gas. Dunque, nel caso da noi considerato, l'equilibrio dinamico è possibile solo se ogni risonatore possiede l'energia media \bar{E} .

Facciamo ora un ragionamento analogo a proposito dell'interazione tra i risonatori e la radiazione presente nello spazio. La relativa condizione di equilibrio dinamico è stata ricavata da Planck² nell'ipotesi che la radiazione possa essere considerata come un processo estremamente disordinato.³ Egli ha trovato

$$\bar{E}_\nu = \frac{L^3}{8\pi\nu^2} \rho_\nu,$$

ove \bar{E}_ν è l'energia media di un risonatore di frequenza propria ν (per componente dell'oscillazione), L è la velocità della luce, ν la frequenza e $\rho_\nu d\nu$ l'energia per unità di volume di quella parte della radiazione che ha un numero di oscillazioni compreso fra ν e $\nu + d\nu$.

Se l'energia di radiazione di frequenza ν non deve, in complesso, né costantemente diminuire né costantemente aumentare,

² M. Planck, *Über irreversible Strahlungsvorgänge*, in «Annalen der Physik», 1, (1900), p. 99.

³ Questa ipotesi può essere formulata nel modo seguente. In un punto arbitrario dello spazio corrispondente sviluppiamo la componente x della forza elettrica (Z) fra gli istanti $T=0$ e $t=T$ (dove T è un intervallo molto grande rispetto a tutti i periodi di oscillazione) in una serie di Fourier:

$$Z = \sum_{\nu=1}^{\nu=\infty} A_\nu \sin \left(2\pi\nu \frac{t}{T} + \alpha_\nu \right),$$

dove $A_\nu \geq 0$ e $0 \leq \alpha_\nu \leq 2\pi$. Se s'immagina che, nello stesso punto, questo sviluppo venga effettuato arbitrariamente spesso con istanti temporali iniziali scelti a caso, per le grandezze A_ν e α_ν si ottengono diversi sistemi di valori. Allora, per la frequenza delle diverse combinazioni di valori delle grandezze A_ν e α_ν , si hanno probabilità (statistiche) della forma

$$dW = f(A_1, A_2, \dots, \alpha_1, \alpha_2, \dots) dA_1 dA_2 \dots d\alpha_1 d\alpha_2 \dots$$

La radiazione è la più disordinata possibile se

$$f(A_1, A_2, \dots, \alpha_1, \alpha_2, \dots) = F_1(A_1) F_2(A_2) \dots f_1(\alpha_1) f_2(\alpha_2) \dots,$$

cioè se la probabilità di un determinato valore di una delle grandezze A o α è indipendente dai valori assunti dalle altre grandezze A o α . Quanto maggiore è l'approssimazione con cui è soddisfatta la condizione che le singole coppie di grandezze A_ν e α_ν dipendano da processi di emissione e di assorbimento di particolari gruppi di risonatori, tanto maggiore sarà l'approssimazione con cui, nel caso in esame, la radiazione dovrà essere considerata «la più disordinata possibile».

* Per noi resta la dipendenza dai dati iniziali? o no? *

dev'essere

$$\frac{R}{N} T = \bar{E} = \bar{E}_v = \frac{L^3}{8\pi v^2} \varrho_v,$$

$$\varrho_v = \frac{R}{N} \frac{8\pi v^2}{L^3} T.$$

Questa relazione, che è stata trovata come condizione dell'equilibrio dinamico, non trova conferma nell'esperienza; di più, essa asserisce che, nel quadro da noi tracciato, non si può parlare di una ripartizione precisa dell'energia fra etere e materia. Infatti, quanto più ampio viene scelto il dominio dei numeri di oscillazione dei risonatori, tanto più grande diviene l'energia di radiazione dello spazio, e al limite si ottiene

$$\int_0^{\infty} \varrho_v dv = \frac{R}{N} \frac{8\pi}{L^3} T \int_0^{\infty} v^2 dv = \infty.$$

2. Determinazione, ad opera di Planck, dei quanti elementari

Vogliamo qui di seguito dimostrare che la determinazione dei quanti elementari data da Planck è, in certa misura, indipendente dalla teoria da lui elaborata per la radiazione di corpo nero.

La formula di Planck per ρ_v ,⁴ che soddisfa tutte le esperienze condotte finora, è

$$\varrho_v = \frac{\alpha v^3}{\exp(\beta v/T) - 1},$$

dove

$$\alpha = 6,10 \times 10^{-56},$$

$$\beta = 4,866 \times 10^{-11}.$$

Per grandi valori di T/v , cioè per grandi lunghezze d'onda e grandi densità di radiazione, essa tende, al limite, alla seguente:

$$\varrho_v = \frac{\alpha}{\beta} v^2 T.$$

⁴ M. Planck, *Über das Gesetz der Energieverteilung im Normalspectrum*, in «Annalen der Physik», IV (1901), p. 561.

Si riconosce che questa formula coincide con quella ricavata nel paragrafo 1 dalla teoria di Maxwell e dalla teoria dell'elettrone. Ugualiando i coefficienti delle due espressioni si ottiene

$$\frac{R}{N} \frac{8\pi}{L^3} = \frac{\alpha}{\beta},$$

ovvero

$$N = \frac{\beta}{\alpha} \frac{8\pi R}{L^3} = 6,17 \times 10^{23},$$

cioè un atomo d'idrogeno pesa $1/N = 1,62 \times 10^{-24}$ g. Questo è precisamente il valore trovato da Planck, e concorda in modo soddisfacente con i valori di questa grandezza trovati per altre vie.

Perveniamo quindi alla seguente conclusione: quanto maggiori sono la densità di energia e la lunghezza d'onda di una radiazione, tanto meglio utilizzabili si dimostrano i fondamenti teorici da noi usati (per piccole lunghezze d'onda e piccole densità di radiazione, tuttavia, essi non reggono affatto).

Nel seguito la radiazione di corpo nero verrà considerata in relazione all'esperienza, senza presupporre una teoria per la generazione e la propagazione della radiazione.

3. Entropia della radiazione

La seguente trattazione è contenuta in un celebre lavoro di Wilhelm Wien e qui viene riportata solo per completezza.

Sia data una radiazione che occupi il volume v . Supponiamo che le proprietà osservabili della radiazione siano perfettamente determinate quando sia assegnata la densità di radiazione $\varrho(v)$ per tutte le frequenze.⁵ Poiché si può pensare che la separazione di radiazioni di frequenza diversa non richieda l'effettuazione di lavoro e la somministrazione di calore, l'entropia della radiazione si può rappresentare nella forma

$$S = v \int_0^{\infty} \varphi(\varrho, v) dv,$$

⁵ Questa ipotesi è arbitraria. Ci si atterrà naturalmente a questa, che è l'ipotesi più semplice, fino a quando un esperimento non costringa ad abbandonarla.

dove φ rappresenta una funzione delle variabili ϱ e ν . È possibile ricondurre φ a una funzione di una sola variabile se si suppone che la compressione adiabatica di una radiazione fra pareti riflettenti non ne modifichi l'entropia. Di questo non vogliamo tuttavia parlare; ricercheremo subito, invece, il modo di ricavare la funzione φ dalla legge di radiazione di corpo nero.

Nella radiazione di corpo nero, ϱ , come funzione di ν , è tale da rendere massima, per un valore assegnato dell'energia, l'entropia; è cioè tale che

$$\delta \int_0^{\infty} \varphi(\varrho, \nu) d\nu = 0,$$

se

$$\delta \int_0^{\infty} \varrho d\nu = 0.$$

Ne consegue che, per ogni scelta di $\delta\varrho$ in funzione di ν ,

$$\int_0^{\infty} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} - \lambda \right) \delta \varrho d\nu = 0,$$

dove λ è indipendente da ν . Dunque, nella radiazione di corpo nero, $\partial\varphi/\partial\varrho$ è indipendente da ν .

Per un incremento dT della temperatura di una radiazione di corpo nero di volume $\nu = 1$ vale l'equazione

$$dS = \int_0^{\infty} \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} d\varrho d\nu,$$

ovvero, per l'indipendenza di $\partial\varphi/\partial\varrho$ da ν ,

$$dS = \frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} dE.$$

Ora, poiché dE è uguale al calore fornito e il processo è reversibile, è anche

$$dS = \frac{1}{T} dE.$$

Uguagliando si ottiene

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \varrho} = \frac{1}{T},$$

che è la legge di radiazione di corpo nero. A partire dalla funzione φ si può dunque determinare la legge di radiazione di corpo nero e, viceversa, da quest'ultima si può determinare la φ tramite integrazione, tenendo presente che φ si annulla per $\varrho = 0$.

4. Legge limite per l'entropia della radiazione monocromatica a bassa densità di radiazione

Dalle osservazioni condotte finora sulla «radiazione di corpo nero» risulta in effetti che la legge originariamente stabilita da Wien,

$$\varrho = \alpha \nu^3 \exp(-\beta \nu / T),$$

non vale esattamente. D'altra parte questa stessa legge è stata confermata in pieno dagli esperimenti per grandi valori di ν/T . Prendiamo dunque la formula precedente come base per i nostri calcoli, ma teniamo presente che i risultati cui perverremo varranno solo entro certi limiti.

Dalla formula si ricava anzitutto

$$\frac{1}{T} = -\frac{1}{\beta \nu} \log \frac{\varrho}{\alpha \nu^3}$$

e poi, sfruttando la relazione trovata nel paragrafo precedente,

$$\varphi(\varrho, \nu) = -\frac{\varrho}{\beta \nu} \left\{ \log \frac{\varrho}{\alpha \nu^3} - 1 \right\}.$$

Sia ora assegnata una radiazione di energia E , di frequenza compresa fra ν e $\nu + d\nu$; la radiazione occupi il volume ν . L'entropia di questa radiazione è

$$S = \nu \varphi(\varrho, \nu) d\nu = -\frac{E}{\beta \nu} \left\{ \log \frac{E}{\nu \alpha \nu^3 d\nu} - 1 \right\}. \quad E \rightarrow \nu \varrho d\nu$$

Se ci limitiamo a investigare la dipendenza dell'entropia dal volume occupato dalla radiazione e se indichiamo con S_0 l'entropia della radiazione quando questa occupa il volume v_0 , otteniamo

$$S - S_0 = \frac{E}{\beta v} \log \frac{v}{v_0}.$$

Questa equazione mostra che l'entropia di una radiazione monocromatica di densità abbastanza piccola varia con il volume secondo la stessa legge con cui varia l'entropia di un gas perfetto o di una soluzione diluita. L'equazione ora trovata sarà interpretata nel seguito sulla base del principio, introdotto in fisica da Boltzmann, secondo cui l'entropia di un sistema è una funzione della probabilità del suo stato.

5. Studio della dipendenza dell'entropia dei gas e delle soluzioni diluite dal volume, dal punto di vista della teoria molecolare

Quando si calcola l'entropia dal punto di vista della teoria molecolare si utilizza spesso il termine «probabilità» in un'accezione che non coincide con la definizione di probabilità che viene data nel calcolo delle probabilità. Non è raro, in particolare, che i «casi equiprobabili» vengano postulati in casi in cui il quadro teorico impiegato è certamente sufficiente a consentire una deduzione, evitando l'introduzione di nuove ipotesi. In un lavoro specificamente dedicato a questo tema dimostrerò che, per lo studio dei processi termici, la cosiddetta «probabilità statistica» è più che sufficiente; spero così di rimuovere una difficoltà logica che ostacola ancora l'accettazione completa del principio di Boltzmann. Qui, tuttavia, mi limiterò a enunciare tale principio in generale, illustrandone l'applicazione in casi molto particolari.

Se ha senso parlare della probabilità dello stato di un sistema, e se inoltre ogni aumento di entropia può essere considerato come una transizione a uno stato più probabile, allora l'entropia S_1 di un sistema è funzione della probabilità W_1 del suo stato istantaneo. Dati dunque due sistemi S_1 e S_2 non

interagenti tra loro, si può porre

$$\begin{aligned} S_1 &= \varphi_1(W_1) \\ S_2 &= \varphi_2(W_2). \end{aligned}$$

Se questi due sistemi vengono considerati come un unico sistema di entropia S e di probabilità W , si ha

$$S = S_1 + S_2 = \varphi(W),$$

e

$$W = W_1 \cdot W_2.$$

L'ultima relazione asserisce che gli stati dei due sistemi sono eventi fra loro indipendenti.

Da queste equazioni segue

$$\varphi(W_1 \cdot W_2) = \varphi_1(W_1) + \varphi_2(W_2),$$

e infine

$$\begin{aligned} \varphi_1(W_1) &= C \log W_1 + \text{cost.}, \\ \varphi_2(W_2) &= C \log W_2 + \text{cost.}, \\ \varphi(W) &= C \log W + \text{cost.}, \end{aligned}$$

La grandezza C è dunque una costante universale; come si ricava dalla teoria cinetica dei gas, essa ha il valore R/N , dove le costanti R e N hanno il significato indicato più sopra. Se S_0 indica l'entropia di un certo stato iniziale del sistema considerato e W la probabilità relativa di uno stato di entropia S , si ricava dunque in generale

$$S - S_0 = \frac{R}{N} \log W.$$

Occupiamoci, per cominciare, del seguente caso particolare. In un volume v_0 siano presenti n punti mobili (per esempio molecole), che sono quelli su cui faremo le nostre considerazioni. Oltre a questi, nello spazio vi possono essere altri punti mobili, in numero arbitrario. Sulla legge con cui i punti considerati si muovono nello spazio non sia prescritto nulla, se non che rispetto a questo moto nessuna parte dello spazio (e nessuna direzione) è privilegiata rispetto alle altre. Inoltre il numero dei

punti mobili considerati (i primi menzionati) sia così piccolo che si possano trascurare le loro interazioni reciproche.

Al sistema considerato, che potrebbe ad esempio essere un gas perfetto o una soluzione diluita, compete una certa entropia S_0 . Immaginiamo ora che tutti gli n punti mobili migrino in una parte v del volume v_0 , senza che per il resto il sistema subisca modifiche. A questo stato compete evidentemente un diverso valore (S) dell'entropia; ci proponiamo di determinare la differenza d'entropia tra i due stati per mezzo del principio di Boltzmann.

Ci chiediamo: qual è la probabilità del secondo stato rispetto allo stato originario? Ovvero: qual è la probabilità che, in un istante scelto a caso, tutti gli n punti che si muovono indipendentemente l'uno dall'altro in un volume v_0 assegnato si trovino (per caso) nel volume v ?

Questa probabilità, che è una «probabilità statistica», ha evidentemente il valore

$$W = \left(\frac{v}{v_0}\right)^n;$$

di qui, applicando il principio di Boltzmann, si ottiene

$$S - S_0 = R \frac{n}{N} \log \frac{v}{v_0}.$$

È degno di nota che per ricavare questa equazione, dalla quale si possono facilmente dedurre⁶ per via termodinamica la legge di Boyle-Gay-Lussac e la legge equivalente della pressione osmotica, non sia necessario fare ipotesi sulla legge del moto delle molecole.

⁶ Se E è l'energia del sistema, si ottiene

$$-d(E - TS) = p dv = T dS = R \frac{n}{N} \frac{dv}{v};$$

e dunque

$$pv = R \frac{n}{N} T.$$

6. Interpretazione dell'espressione della dipendenza dell'entropia della radiazione monocromatica dal volume, secondo il principio di Boltzmann

Nel paragrafo 4 abbiamo trovato la seguente espressione della dipendenza dell'entropia della radiazione monocromatica dal volume:

$$S - S_0 = \frac{E}{\beta v} \log \frac{v}{v_0}.$$

Se si scrive questa formula nel modo seguente:

$$S - S_0 = \frac{R}{N} \log \left[\left(\frac{v}{v_0}\right)^{\frac{N}{R} \frac{E}{\beta v}} \right]$$

e la si confronta con la formula generale che esprime il principio di Boltzmann,

$$S - S_0 = \frac{R}{N} \log W,$$

si giunge alla seguente conclusione:

Se una radiazione monocromatica di frequenza ν e di energia E è racchiusa (da pareti riflettenti) nel volume v_0 , allora la probabilità che in un istante arbitrario tutta l'energia di radiazione si trovi contenuta in un sottovolume v del volume v_0 è

$$W = \left(\frac{v}{v_0}\right)^{\frac{N}{R} \frac{E}{\beta v}}.$$

Se ne conclude inoltre che:

Sotto il profilo della teoria del calore, una radiazione monocromatica di piccola densità (all'interno del dominio di validità della formula della radiazione di Wien) si comporta come se consistesse di quanti di energia, tra loro indipendenti, di grandezza $R\beta\nu/N$.

Vogliamo ancora confrontare il valor medio dei quanti di energia della «radiazione di corpo nero» con la forza viva media del moto del baricentro di una molecola, alla medesima temperatura. Quest'ultima è pari a $\frac{3}{2}(R/N)T$, mentre per il valor medio del quanto di energia, sulla base della formula di Wien, si ottiene

$$\frac{\int_0^{\infty} \alpha v^3 \exp(-\beta v/T) dv}{\int_0^{\infty} \frac{N}{R\beta v} \alpha v^3 \exp(-\beta v/T) dv} = 3 \frac{R}{N} T.$$

Se ora una radiazione monocromatica (di densità abbastanza piccola) si comporta, rispetto alla dipendenza dell'entropia dal volume, come un mezzo discontinuo consistente in quanti di energia di grandezza $R\beta v/N$, allora è naturale chiedersi se anche le leggi della generazione e della trasformazione della luce siano le stesse che si avrebbero se la luce consistesse in quanti di energia del genere. In quanto segue ci occuperemo di questo problema.

7. La regola di Stokes

Si supponga che una luce monocromatica venga trasformata per fotoluminescenza in luce di un'altra frequenza, e si supponga inoltre, in accordo col risultato ottenuto più sopra, che tanto la luce di eccitazione quanto quella prodotta consistano in quanti di energia di grandezza $(R/N)\beta v$, dove v denota la frequenza corrispondente. Il processo di trasformazione si dovrà allora interpretare come segue. Ciascun quanto di energia di eccitazione, di frequenza v_1 , viene assorbito e, almeno se la densità della distribuzione dei quanti di energia di eccitazione è abbastanza piccola, dà origine a un suo quanto di luce, di frequenza v_2 ; come risultato finale dell'assorbimento, può aversi, contemporaneamente, anche l'emissione di quanti di luce di frequenza v_3 , v_4 e così via, come pure di energia di altra natura

(per esempio calore). Non ha importanza quali siano i processi intermedi il cui intervento porta a questo risultato. Se la sostanza fotoluminescente non può considerarsi come una sorgente d'energia continua, allora, secondo il principio di conservazione dell'energia, l'energia di un quanto generato non può essere maggiore dell'energia di un quanto di luce di eccitazione; deve quindi valere la disuguaglianza

$$\frac{R}{N} \beta v_2 \leq \frac{R}{N} \beta v_1,$$

ovvero

$$v_2 \leq v_1,$$

che è la ben nota regola di Stokes.

Si deve sottolineare il fatto che, se l'illuminazione è debole, allora, secondo la nostra interpretazione, la quantità di luce generata è proporzionale, a parità delle altre condizioni, all'intensità della luce di eccitazione: infatti ogni quanto di energia di eccitazione causerà un processo elementare del tipo illustrato più sopra, indipendentemente dall'effetto degli altri quanti d'energia di eccitazione. In particolare, per l'intensità della luce d'eccitazione non v'è una limitazione inferiore, cioè una soglia al di sotto della quale la luce non sarebbe in grado di eccitare la produzione di luce.

Secondo l'interpretazione ora data dei fenomeni, si possono concepire deviazioni dalla regola di Stokes nei casi seguenti: 1) il numero dei quanti di energia per unità di volume che partecipano contemporaneamente alla trasformazione è così grande che un quanto di energia della luce generata può ricevere la sua energia da più quanti di energia di eccitazione; 2) la luce generante (o generata) non ha le caratteristiche energetiche che competono a una «radiazione di corpo nero» che si trovi nel dominio di validità della legge di Wien; per esempio la luce di eccitazione è generata da un corpo a temperatura così elevata che per le lunghezze d'onda in gioco non vale più la legge di Wien.

Quest'ultima possibilità è di particolare interesse. Secondo la concezione qui esposta, infatti, non si può escludere che una radiazione «non di Wien», anche molto rarefatta, si comporti, sotto il profilo energetico, in modo diverso da una radiazione di corpo nero entro il dominio di validità della legge di Wien.

8. *Sulla generazione di raggi catodici mediante illuminazione di corpi solidi*

Come mostra un lavoro rivoluzionario di Lenard,⁷ l'idea tradizionale di una distribuzione continua dell'energia della luce nello spazio irraggiato incontra difficoltà particolarmente gravi quando si tenti di spiegare i fenomeni fotoelettrici.

Adottando la concezione che la luce di eccitazione consista in quanti di energia $(R/N)\beta\nu$, la generazione di raggi catodici ad opera della luce può essere interpretata come segue. Sullo strato superficiale del corpo incidono quanti di energia, e la loro energia si trasforma, almeno in parte, in energia cinetica degli elettroni. La situazione più semplice si ha se un quanto di luce cede tutta la sua energia a un singolo elettrone; supporremo proprio questo, senza peraltro escludere che certi elettroni assorbano solo in parte l'energia dei quanti di luce. Quando un elettrone interno al corpo e dotato di energia cinetica raggiungerà la superficie, avrà perso parte della sua energia cinetica. Oltre a ciò si dovrà supporre che, per abbandonare il corpo, ciascun elettrone debba compiere un lavoro P (caratteristico del corpo). Gli elettroni che abbandonano il corpo con velocità normale massima sono quelli che si trovano vicinissimi alla superficie e vengono eccitati normalmente ad essa. L'energia cinetica di questi elettroni è

$$\frac{R}{N}\beta\nu - P.$$

Se il corpo è carico e si trova al potenziale positivo Π ed è circondato da conduttori di potenziale nullo e Π è esattamente

⁷ P. Lenard, *Über die licht-elektrische Wirkung*, in «Annalen der Physik», VIII (1902), pp. 169sg.

in grado di impedire una perdita di elettricità del corpo, dev'essere

$$\Pi\varepsilon = \frac{R}{N}\beta\nu - P,$$

dove ε indica la massa elettrica dell'elettrone, o anche

$$\Pi E = R\beta\nu - P',$$

dove E indica la carica di un grammoequivalente di uno ione monovalente e P' è il potenziale di questa quantità di elettricità, negativa rispetto al corpo.⁸

Se si pone $E = 9,6 \times 10^3$, allora $\Pi \cdot 10^{-8}$ è il potenziale in volt che il corpo assume nel vuoto grazie all'irraggiamento.

Per vedere subito se la relazione ricavata concorda con l'esperienza quanto all'ordine di grandezza, poniamo $P' = 0$, $\nu = 1,03 \times 10^{15}$ (che corrisponde al limite dello spettro solare verso l'ultravioletto) e $\beta = 4,866 \times 10^{-11}$. Si ottiene $\Pi \cdot 10^7 = 4,3$ V, risultato il cui ordine di grandezza coincide con quelli ottenuti da Lenard.⁹

Se la formula ricavata è corretta, allora, rappresentando Π in coordinate cartesiane in funzione della frequenza della luce di eccitazione, si deve ottenere una retta, la cui inclinazione è indipendente dalla natura della sostanza studiata.

La nostra impostazione, a quanto mi è dato di vedere, non è in contrasto con le proprietà dell'effetto fotoelettrico osservate da Lenard. Se ogni quanto di energia della luce di eccitazione cede agli elettroni la propria energia indipendentemente da tutti gli altri, allora la distribuzione delle velocità degli elettroni, e cioè la qualità della radiazione catodica generata, sarà indipendente dall'intensità della luce di eccitazione; d'altra parte il numero degli elettroni che abbandonano il corpo sarà, a parità delle altre condizioni, proporzionale all'intensità della luce incidente.¹⁰

⁸ Se si suppone che il singolo elettrone debba essere strappato mediante la luce a una molecola neutra impiegando un certo lavoro, non v'è nulla da cambiare nella relazione ricavata; si deve soltanto considerare P' come somma di due addendi.

⁹ Lenard, *Über die licht-elektrische Wirkung* cit., pp. 165 e 184, tab. 1, fig. 2.

¹⁰ *Ibid.*, p. 150 e pp. 166-68.

Sui presumibili limiti di validità delle regolarità menzionate si dovrebbero fare osservazioni simili a quelle fatte sulle presumibili deviazioni dalla regola di Stokes.

In quanto precede si suppone che l'energia, di una parte almeno, dei quanti di energia della luce di eccitazione venga ceduta completamente a ciascun singolo elettrone. Se non si fa questa ipotesi naturale, invece dell'equazione precedente si ottiene la relazione

$$hE + P' \leq R\beta v.$$

Per la luminescenza catodica, che costituisce il processo inverso di quello considerato, con considerazioni analoghe alle precedenti si ottiene

$$hE + P' \geq R\beta v.$$

Per le sostanze studiate da Lenard, PE è sempre considerevolmente maggiore di $R\beta v$, poiché la tensione che i raggi catodici debbono aver superato, appunto per poter generare luce visibile, ammonta in alcuni casi ad alcune centinaia, in altri ad alcune migliaia di volt.¹¹ Si deve allora supporre che l'energia cinetica di un elettrone venga impiegata per la generazione di molti quanti di energia luminosa.

9. Ionizzazione dei gas mediante luce ultravioletta

Faremo l'ipotesi che nella ionizzazione di un gas con luce ultravioletta ciascun quanto di energia luminosa assorbito venga utilizzato per la ionizzazione di una sola molecola di gas. Da qui segue subito che l'energia di ionizzazione (cioè il lavoro teoricamente necessario per compiere la ionizzazione) di una molecola non può essere maggiore dell'energia di un quanto di energia luminosa efficace assorbito. Se si indica con J l'energia (teorica) di ionizzazione per grammoequivalente, deve quindi risultare

$$R\beta v \geq J.$$

¹¹ P. Lenard, *Über die Beobachtung langsamer Kathodenstrahlen mit Hilfe der Phosphoreszenz und über Sekundärentstehung von Kathodenstrahlen*, in «Annalen der Physik», XII (1903), p. 469.

Secondo le misure di Lenard, tuttavia, la più grande lunghezza d'onda efficace per l'aria è di circa $1,9 \times 10^{-5}$ cm, e dunque

$$R\beta v = 6,4 \times 10^{12} \text{ erg} \geq J.$$

Una limitazione superiore per l'energia di ionizzazione si ottiene anche dalle tensioni di ionizzazione nei gas rarefatti. Secondo Stark¹² la minima tensione di ionizzazione misurata (su anodi di platino) per l'aria è di circa 10 volt.¹³ Si ottiene dunque, per J , la limitazione superiore $9,6 \times 10^{12}$, che è pressappoco uguale a quella appena trovata. Si dà anche un'altra conseguenza, la cui dimostrazione per via sperimentale mi sembra di grande importanza. Se ciascun quanto di energia luminosa assorbito ionizza una molecola, fra la quantità di luce assorbita L e il numero j di grammolecole da essa ionizzate deve sussistere la relazione

$$j = \frac{L}{R\beta v}.$$

Se la nostra interpretazione è conforme alla realtà, questa relazione deve valere per ogni gas che (alla frequenza corrispondente) non manifesti alcun assorbimento percettibile non accompagnato da ionizzazione.

Berna, 17 marzo 1905

(Ricevuto il 18 marzo 1905)

¹² J. Stark, *Die Elektrizität in Gasen*, Barth, Leipzig 1902, p. 57.

¹³ All'interno del gas, d'altra parte, la tensione di ionizzazione degli ioni negativi è cinque volte più grande.