

Andrea Carati — Luigi Galgani

Progress along the lines
of the Einstein classical program

An enquiry on the necessity of quantization
in light of the modern theory of dynamical systems

Anno Accademico 2019–2020



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI
DI MILANO

Indice

Parte Prima: Planck e Einstein, Poincaré e Nernst, Kubo e Fermi	1
Prefazione alla prima parte	1
1 Fermi, Pasta ed Ulam (FPU), 1954: critica su basi dinamiche del principio di equipartizione	5
1.1 Premessa: Il lavoro FPU come lavoro attuale di ricerca sulle relazioni tra MQ e fisica classica: la meccanica statistica e il teorema KAM	6
1.2 Il modello FPU, e i corrispondenti modi normali di oscillazione	9
1.3 La scoperta di FPU: apparente nonequipartizione dell'energia a basse energie secondo la fisica classica, e il problema della caoticità dei moti	12
1.4 Il contributo di Chirikov: la congettura sulla soglia di caoticità al limite termodinamico	16
1.5 Il dibattito sulla soglia di Chirikov. La nuova teoria perturbativa in senso statistico, valida nel limite termodinamico . .	17
1.6 La fase attuale. Rilassamento all'equipartizione per tempi sufficientemente lunghi, ma non ad uno stato di equilibrio termico. Deduzione della della termodinamica come problema aperto	19
2 Boltzmann e la termodinamica statistica: la crisi del principio di equipartizione	21
2.1 Intermezzo: La rilevanza del principio di equipartizione per il programma riduzionista nelle scienze della natura	22
2.2 Le teorie cinetiche e la scoperta di Clausius: l'interpretazione meccanicistica della pressione e della temperatura (per i gas)	23
2.3 Il procedimento statistico di Boltzmann, la distribuzione di Maxwell–Boltzmann, e le interpretazioni probabilistiche dell'entropia e del secondo principio	33

2.3.1	La trattazione probabilistica di Boltzmann per i gas diluiti. Gli stati macroscopici come successioni $\{n_k\}$ di numeri di occupazione nello spazio μ . Analogia con la statistica del lancio di dadi	34
2.3.2	La probabilità a priori nello spazio Γ e il problema ergodico	38
2.3.3	Lo stato di Maxwell–Boltzmann come stato di massima probabilità, nell’ambito della statistica di Boltzmann	42
2.3.4	La termodinamica statistica negli stati macroscopici di equilibrio, e la celebre relazione di Boltzmann $S = k_B \log W$	46
2.3.5	Note complementari	50
2.4	La distribuzione di Maxwell–Boltzmann nel limite del continuo, e il teorema di equipartizione dell’energia	55
2.5	Boltzmann contro l’equipartizione	67
3	Planck e il corpo nero: 19 ottobre e 14 dicembre 1900	69
3.1	Il corpo nero come sistema termodinamico	70
3.2	I lavori di Planck	81
3.3	Deduzione di Planck della legge di Wien	82
3.4	La comunicazione del 19 ottobre 1900	92
3.5	La comunicazione del 14 dicembre 1900	93
4	Einstein e i quanti.	99
4.1	Introduzione	99
4.2	Il lavoro del 1905, sui quanti del campo elettromagnetico. Inizia la scoperta della dualità onda–corpuscolo	100
4.3	Il lavoro del 1907 sui calori specifici	108
4.4	Einstein e le fluttuazioni di energia, prima conferenza Solvay del 1911, <i>La théorie du rayonnement et les quanta</i> . “Tutto va come se” il sistema fosse quantizzato	112
4.5	Il lavoro sulle probabilità di transizione del 1917. Nuova deduzione della legge di Planck. Attribuzione di un momento (o quantità di moto) al fotone	119
4.6	I lavori di Bose ed Einstein del 1924–1925	122
4.7	Una anticipazione del “classical program” in relazione al principio di equipartizione	128
5	Poincaré 1912: sulla necessità della quantizzazione. La risposta di Nernst, 1916	129
5.1	Introduzione	130
5.2	L’argomentazione semplificata: la quantizzazione del singolo oscillatore	131
5.3	Il lavoro di Poincaré	133

5.4	Osservazioni sulla necessità della quantizzazione	144
5.5	Primi tentativi di sostituire la quantizzazione con l'esistenza di una soglia di caoticità: Planck 1911, Einstein–Stern 1913, e l'energia di punto zero	147
5.6	La risposta di Nernst a Poincaré: 1916	149
5.6.1	Il terzo principio della termodinamica (Nernst, 1906), e la concezione dell'energia di punto zero come energia ordinata	149
6	I tempi di rilassamento in termodinamica e in meccanica statistica. Da Boltzmann e Gibbs a Kubo	157
6.1	Introduzione	157
6.2	Da Boltzmann a Gibbs. La formula di Einstein–Boltzmann per il calore specifico	161
6.3	Il processo di misurazione del calore specifico: equilibrio e metaequilibrio	169
6.4	Realizzazione matematica: il modello microscopico	170
6.5	La formula di Kubo per il calore specifico, e deduzione del secondo principio della termodinamica	174
6.6	Calore specifico e dinamica. La formula “alla Kubo” e le correlazioni temporali. Generalizzazione della formula di Einstein–Boltzmann	178
	Parte Seconda: Heisenberg, Born, Dirac e Schrödinger, Wheeler–Feynman e Kubo	183
	Prefazione alla seconda parte	183
7	Le righe spettrali del Fluoruro di Litio nell'infrarosso	187
7.1	L'indice di rifrazione secondo la meccanica statistica classica .	188
7.2	Il modello di cristallo	189
7.3	I risultati delle simulazioni	190
7.4	NOTA PER GLI AUTORI	192
8	La dispersione della luce, e la teoria classica nel modello di Drude	193
8.1	La legge di Snell e l'indice di rifrazione	193
8.2	La teoria elettromagnetica della luce	200
8.3	La teoria della dispersione di Drude	208
9	Dopo Rutherford: Bohr e il principio di corrispondenza	215
9.1	Un breve excursus storico. Da Bohr alla costruzione della MQ 215	
9.2	Il modello planetario dell'atomo, il principio di Rydberg–Ritz ed il modello di Bohr	221

9.3	“The old quantum mechanics”: quantizzazione alla Bohr–Sommerfeld ed il principio di corrispondenza di Bohr	227
9.4	Il penultimo passo: The formal passage from classical mechanics to a “quantum mechanics” (Born, 1924).	232
10	Heisenberg, 29 luglio 1925	239
10.1	La nuova “cinematica” di Heisenberg.	240
10.2	La nuova regola di quantizzazione: dalla “regola di somma” di Heisenberg a quella di Born e Jordan $[p, q] = -i\hbar$, verso quella di Dirac.	246
10.3	Ruolo dinamico della legge di quantizzazione: compatibilità tra evoluzione secondo le frequenze spettrali ed evoluzione secondo l’equazione di Newton, con il metodo di Heisenberg, Born e Jordan	251
10.3.1	L’esempio di Heisenberg	253
10.4	La regola di quantizzazione alla Dirac. Commutatori e parentesi di Poisson. Relazione generale tra equazioni di Heisenberg e equazioni di Newton per le matrici	257
10.5	Complementi: ruolo cinematico della legge di quantizzazione per determinare gli autovalori delle osservabili, e le loro rappresentazioni matriciali	260
10.6	APPENDICE. Il procedimento di Heisenberg, Born e Jordan per formulare la regola di quantizzazione. RIDURRE O LIMINARE ?	266
11	Schrödinger, 27 gennaio 1926	273
11.1	Il colpo d’ala di Schrödinger: la “meccanica ondulatoria e il ruolo degli “stati”	273
11.2	La “deduzione” dell’equazione di Schrödinger, e la necessità di ambientarla in ambito complesso	276
11.3	Ritorno alla idea centrale di de Broglie, come “contaminazione” della formula $E = h\nu$ di Planck e della relazione massa–energia di Einstein	286
11.4	Ritorno alla idea centrale di Schrödinger. L’idea della “meccanica ondulatoria”, e deduzione della formula per la velocità di fase	288
11.5	Altri argomenti: NOTA PER GLI AUTORI	294
12	Interazione radiazione materia I	
	L’identità di Wheeler–Feynman,	
	la causalità microscopica,	
	e le relazioni di dispersione	297

12.1	Le equazioni di Maxwell microscopiche, la soluzione di Hertz per il dipolo elettrico, e la formula di Larmor per l'energia irraggiata	298
12.2	La forza di reazione di radiazione o <i>self force</i> , e l'equazione di moto di ALD per una carica microscopica	301
12.3	I calcoli per la soluzione di Hertz	304
12.4	Modello unidimensionale di dielettrico. Modi normali non irraggianti, Orbite atomiche stabili. L'identità di Wheeler e Feynman.	311
12.5	Una formulazione generale dell'identità di WF	325
12.6	La teoria microscopica dei polaritoni	329
13	Interazione radiazione–materia II	
	Deduzione dell'ottica macroscopica: gli spettri classici	331
13.1	Il passaggio dall'elettromagnetismo microscopico a quello macroscopico. Primo passo: medie spaziali	332
13.2	Le medie in fase e il teorema di Green–Kubo per la polarizzazione	337
13.3	Le relazioni di Kramers–Kronig, e la “ <i>f</i> –sum rule”	341
13.4	Lo spettro discreto nel caso classico	345
	Parte Terza: EPR, Bell e Dirac	351
14	L'elettrodinamica classica di Dirac, come teoria a parametri nascosti che viola la “vital assumption” di Bell	355
14.1	La “forza di reazione di radiazione”, l'equazione di Abraham Lorentz Dirac (ALD) e il suo carattere perturbativo	355
14.2	Si apre il vaso di Pandora: il carattere di perturbazione singolare dell'equazione di ALD	356
14.3	La prescrizione nonrunaway di Dirac. Analogia con il problema della ricerca degli autovettori	358
14.4	L'effetto tunnel. Violazione della vital assumption di Bell	363
14.5	Il problema della causalità. Analogia con quello della irreversibilità	364
15	EPR, 1935	367
15.1	La “formulazione ortodossa” della meccanica quantistica, e il problema dei parametri nascosti	368
15.2	Einstein, Podolski e Rosen (EPR)	371
15.2.1	Descrizione dettagliata del lavoro	372
15.2.2	La risposta di Bohr. I commenti di Einstein e la sua “profonda solitudine” a Princeton	376
15.3	The classical program, primo febbraio 1949	379

16 BELL, 1964	385
16.1 Il contributo di Bell	385
16.2 Un “divertissement”. L’analogo delle disuguaglianze di Bell in un gioco del tipo gratta e vinci	392
17 Problemi di carattere generale	397
17.1 Il punto di vista di Accardi. Ruolo delle probabilità condizio- nate	397
17.2 L’esempio delle due fenditure come visto da Accardi	401
17.3 Il problema delle due fenditure come discusso da Feynman, e la critica di Koopman	404

Prefazione

È ben noto che Einstein fu sempre insoddisfatto dell'interpretazione comunemente accettata della meccanica quantistica (MQ), che egli amava chiamare "ortodossa". Lungo tutta la sua vita, a partire del 1911, e particolarmente dopo l'anno 1927 in cui tale interpretazione venne fissata, egli continuò a sostenere che dovesse essere possibile realizzare un "*classical program*", consistente nel riprodurre le predizioni della MQ con una teoria avente un carattere "realistico". Che cosa si debba intendere esattamente per "teoria realistica" non è completamente chiaro. È certo comunque che Einstein sarebbe stato d'accordo nel qualificare come realistica una teoria formulata in termini di orbite soddisfacenti le equazioni di Newton. Questo programma è stato realizzato molto recentemente, e lo illustreremo in queste note, in un ambito particolare, quello degli spettri infrarossi dei cristalli ionici. È vero che non si tratta ancora di uno spettro che coinvolge direttamente il moto degli elettroni, come nel caso paradigmatico dell'atomo di Idrogeno, ma si tratta in ogni caso di un controesempio al dogma della discontinuità, "*no energy levels, no lines*". Al minimo, questo controesempio dimostra che nel problema delle relazioni tra fisica classica e MQ vi è ancora molto da capire.

Lo scopo di queste note è duplice: anzitutto di ripercorrere storicamente i punti nevralgici di crisi della fisica classica, in relazione ai quali venne introdotta la nuova meccanica, e inoltre di illustrare i nuovi risultati ottenuti in ambito classico, dopo la creazione della MQ, lungo la strada del programma di Einstein, *a path which* – nelle sue parole – *will be lengthy and difficult*.

I punti nevralgici di crisi della fisica classica sembrano essere tre. Anzitutto il principio di equipartizione dell'energia, che ha dato origine alla quantizzazione dell'oscillatore armonico con la legge di Planck tra l'ottobre

e il dicembre del 1900. Poi il problema degli spettri atomici, che ha condotto alla rivoluzione del triennio 1925–1927. E infine quello dei fenomeni quantistici peculiari messi in luce a seguito del lavoro di Bell del 1964, ispirato al lavoro di Einstein, Podolsky e Rosen del 1935. Questi temi, e i corrispondenti nuovi passi compiuti, sono discussi nelle tre parti in cui sono suddivise le presenti note.

I nuovi elementi che hanno reso possibile i progressi lungo la linea di Einstein sono divenuti disponibili dopo l'anno 1945, e in generale sono connessi sia a moderni risultati della teoria dei sistemi dinamici, sia alla comprensione di alcuni aspetti centrali della interazione radiazione–materia. Nell'ambito della teoria dei sistemi dinamici, un ruolo centrale fu svolto dalla comprensione della generale coesistenza di moti ordinati e moti caotici. Si tratta anzitutto del grande teorema di Kolmogorov del 1954 sui tori invarianti e dei risultati numerici di Contopoulos e di Hénon ed Heiles degli anni sessanta. Una estensione di tale problematica, che introduce direttamente la teoria dei sistemi dinamici nel cuore della meccanica statistica, consiste nella scoperta recente che tale coesistenza di moti ordinati e moti caotici persiste anche nei sistemi macroscopici, contro la diffusa opinione (in realtà, un pregiudizio infondato) che per tali sistemi possano presentarsi solo moti caotici. Un altro essenziale elemento “moderno”, risalente al 1957, riguarda la pura meccanica statistica, ed è costituito dai metodi di Green–Kubo per la teoria della risposta lineare. Questi metodi svolgono un ruolo fondamentale sia in relazione al problema dell'equipartizione dell'energia (problema del corpo nero, e problema dei calori specifici), sia in relazione alla definizione microscopica, e al calcolo, degli spettri atomici in termini di traiettorie di particelle, senza riferimento esplicito a livelli energetici. Infine un ultimo elemento riguarda l'interazione radiazione–materia in ambito classico. Qui si hanno due “moderni” risultati. Da una parte vi è l'identità di Wheeler e Feynman (WF), che fu congetturata ed enunciata già nel 1945, ma fu dimostrata più tardi, nel 2003 in un modello particolare, e in generale nel 2015. Essa svolge un ruolo fondamentale nell'eliminare la instabilità dell'atomo di Rutherford (caduta degli elettroni sul nucleo), o meglio di un sistema macroscopico di atomi. Dall'altra parte vi è la comprensione del carattere di perturbazione singolare dell'equazione di Abraham, Lorentz e Dirac (ALD), che descrive il moto di una particella in presenza della forza di reazione di radiazione. Tale carattere di perturbazione singolare permette di mostrare come l'equazione ALD manifesti proprietà qualitative altrimenti inconcepibili, che sembrano corrispondere ad alcune delle proprietà divenute familiari dopo Bell, solitamente considerate caratteristiche della teoria quantistica.

La conclusione generale sembra essere la seguente. Nei punti critici per i quali fu introdotta la MQ, si tratterebbe di situazioni in cui è estremamente difficile affermare in maniera precisa quali siano le predizioni della fisica classica. La MQ appare come una geniale invenzione che aggira tali problemi mediante una sorta di meccanica statistica operante già a livello microscopico, e potrebbe risultare compatibile (e in certa misura già lo è) con una trattazione classica. Potrebbe forse anche realizzarsi il sogno estremo di Einstein, ovvero che la MQ non sia altro che un teorema della fisica classica. Fisica classica che tuttavia implica, come si vedrà, un superamento della concezione deterministica laplaciana, in quanto viene formulata nell'ambito della descrizione di WF che coinvolge in maniera simmetrica passato e futuro (come già avviene nella teoria quantistica dei campi), e inoltre deve tener conto delle condizioni al contorno caratteristiche dell'elettrodinamica classica di Dirac.

Andrea Carati e Luigi Galgani,

luglio 2019