Cognome: ______________________ Nome: ______________________ Matricola: __________

Calcolo Numerico - Corsi di Laurea Area Informatica
Docente: P. Causin
20/06/2005

Per ogni punto degli esercizi seguenti, scrivere, oltre alla soluzione, i principali comandi Matlab utilizzati; tracciare inoltre, se ve ne sono, una copia qualitativa dei grafici ottenuti.

EXERCIZIO 1 [11 punti]

Si consideri il sistema lineare $Ux = b$ con

$$U = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \\ 0 & 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{7} \end{bmatrix},$$

e b scelto tale che la soluzione esatta sia $x = (1, 1, 1, 1)^T$.

1. Di che tipo di sistema si tratta? Quale algoritmo numerico è conveniente utilizzare per risolvere tale sistema lineare? Se ne scrivano i passaggi in "pseudo-codice".
2. Si proponga un semplice codice Matlab che implementi l'algoritmo individuato al punto 1. e si calcoli con esso la soluzione approssimata del sistema lineare.
3. Si modifichi opportunamente il codice del punto 2., in modo che sia in grado di calcolare il numero di operazioni macchina (*flops*) effettuate nella risoluzione del sistema. Si confronti il risultato ottenuto con quanto noto dalla teoria.

EXERCIZIO 2 [11 punti]

Per calcolare lo zero reale α della funzione $f(x) = x^3 - 2$ si propone il metodo di punto fisso $x^{(k+1)} = \phi(x^{(k)})$, dove

$$\phi(x) = x\left(1 - \frac{\omega}{3}\right) + x^3(1 - \omega) + \frac{2\omega}{3x^2} + 2(\omega - 1),$$

e dove $\omega \in [-10, 10]$ è un parametro reale.

1. Quanto vale α?
2. Per quali valori di ω la funzione ϕ ammette come punto fisso α?

3. Si determini sperimentalmente per quali valori di ω (fra quelli trovati al punto 2.) il metodo di punto fisso ha velocità di convergenza massima. Si utilizzi a questo scopo il programma `qssptofis`, con `xv=0.5, nmax=200, toll=1e-6`, tracciando un grafico del numero di iterazioni necessarie al variare di ω.

ESERCIZIO 3 [11 punti]

Si consideri l'integrale $I(f) = \int\limits_0^1 e^x dx$.

1. Si scrivi la formula composita del trapezio e si valuti il numero minimo m di intervalli necessario per calcolare $I(f)$ con un errore assoluto $\leq 5 \cdot 10^{-4}$. Si valuti l'errore assoluto effettivamente comesso.
2. Per $h = [1e-1,\ 1e-2,\ 1e-3,\ 1e-4]$ si tracci il grafico dell'errore $|I(f) - ITC|$. Che cosa si deduce? (ITC è l'approssimazione di $I(f)$ con la formula composita del trapezio)
3. Si determini il grado di esattezza r della formula:

$$I_2(f) = \frac{2}{3}\left[2f\left(-\frac{1}{2}\right) - f(0) + 2f\left(\frac{1}{2}\right)\right].$$