

Laboratorio nr.2

Esercizio 1. Errori di cancellazione

Si risponda alle seguenti domande:

1. Si calcoli analiticamente $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{e^x - 1}$
2. Si calcoli la quantità $y = \frac{x}{e^x - 1}$ per $x = 10^{-15}$ usando `matlab`. Quale è l'errore commesso? (Si usi opportunamente il comando `format`). Perché l'errore è grande?
3. Si sostituisca a e^x la sua espansione in serie Taylor intorno a $x = 0$ arrestata al termine di secondo ordine. Si calcoli quindi un'espressione approssimata di $\frac{x}{e^x - 1}$.
4. Si calcoli quindi la nuova quantità con `matlab` in corrispondenza di $x = 10^{-15}$ e si verifichi l'errore commesso in questo caso.

Esercizio 2. Metodo di bisezione (I)

Si consideri il problema della ricerca degli zeri dell'equazione non lineare

$$f(x) = \exp(x) - x^2 - \sin(x) - 1 = 0, \quad -2 \leq x \leq 2$$

Si risponda alle seguenti domande:

1. Si tracci un grafico della funzione nell'intervallo considerato. Si localizzino graficamente le radici con l'aiuto dello zoom ed eventualmente del comando `axis`
2. Il metodo di bisezione è applicabile per calcolare entrambe le radici? Motivare la risposta.
3. Applicare il metodo quando possibile utilizzando il programma `qssbisez` con `toll=10-12`.
4. Verificare che il numero di iterazioni effettuate dal metodo sia in accordo con quanto previsto teoricamente.

Esercizio 3. Metodo di bisezione (II)

Si vuole determinare l'ascissa α del punto di minimo relativo della funzione

$$f = \frac{\sin(x)}{x}, \quad 0 < x < 2\pi.$$

1. A tale fine si utilizzi *opportunamente* il metodo di bisezione, dopo avere localizzato graficamente α . Si usi a tale scopo il comando `plot`.
2. Si giustifichi l'applicabilità del metodo di bisezione per la ricerca di α .
3. Si stimi teoricamente quante iterazioni sono necessarie per trovare α con un errore inferiore a `toll=10-10`
4. Si verifichi tale risultato utilizzando il programma `qssbisez`.

5. Si stimi teoricamente quante iterazioni supplementari sono necessarie per ridurre l'errore precedentemente trovato di un fattore 100. Si verifichi tale risultato utilizzando il programma `qssbisez`.