

Laboratorio nr. 8

ESERCIZIO

La distribuzione di temperatura all'interno di una sbarra metallica di lunghezza L , collegata ai suoi estremi a due sorgenti termiche a temperatura fissata u_0 e u_L è descritta dall'equazione

$$\begin{cases} -u''(x) = f(x), & x \in (0, L) \\ u(0) = u_0, \quad u(L) = u_L, \end{cases} \quad (1)$$

dove $L = 2\pi$, $u_0 = 10$, $u_L = 20$ e $f(x) = \sin(x)$.

Si discretizzi (1) con un metodo alle differenze finite centrate, introducendo una discretizzazione equispaziata di passo h , tale che $n = L/h$.

Successivamente:

1. si scriva l'equazione alle differenze per ciascun nodo $j = 1, \dots, n-1$
2. si scriva (per n generico) la matrice dei coefficienti A e il termine noto b (tenendo conto opportunamente delle condizioni al bordo)
3. si consideri ora il valore $n = 30$ e si costruiscano in MATLAB la matrice A e il vettore b (per costruire A si utilizzi opportunamente il comando `diag`)
4. si risolva il sistema lineare risultante con il comando MATLAB `\`, conservando tale soluzione come riferimento
5. si dica se si può applicare il metodo di Gauss-Seidel

alla risoluzione del sistema? In caso positivo, si utilizzi il programma `qssgs`

6. si dica se si può applicare il metodo di Richardson stazionario alla risoluzione del sistema? In caso positivo, si calcoli il parametro α_{ott} e si utilizzi il programma `qssrichstaz` con $\alpha = \alpha_{ott}$
7. si utilizzi infine il comando `pcg`, dapprima senza preconditionatore ($P = I$) e poi considerando come preconditionatore $P = \text{diag}(A)$
8. si commentino i risultati ottenuti, in termini di precisione e numero di iterazioni.