

Laboratorio nr.11

Esercizio 1

Si consideri il seguente problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = 1 - y^2(t) & t \in (0, 4) \\ y(0) = 0. \end{cases} \quad (1)$$

1. Si calcoli la soluzione analitica di (1)
2. Dopo aver costruito il problema modello associato a (1), si trovi h tale che il metodo di Eulero in avanti sia assolutamente stabile.
3. Si verifichi sperimentalmente il risultato trovato utilizzando il codice **eulesp.m**
4. Per il problema modello

$$\begin{cases} y'(t) = \lambda y(t) & t > 0 \\ y(0) = 1, \end{cases} \quad (2)$$

si studi l'assoluta stabilità della sua discretizzazione con il metodo di Heun (ottenuto rendendo esplicito il metodo di Crank-Nicolson):

$$\begin{cases} u_{n+1}^* = u_n + h \cdot f(t_n, u_n) \\ u_{n+1} = u_n + \frac{h}{2} \cdot [f(t_n, u_n) + f(t_{n+1}, u_{n+1}^*)] \end{cases} \quad (3)$$

Esercizio 2

1. Si studino le proprietà di assoluta stabilità dei metodi di Eulero in avanti (EA), Eulero all'indietro (EI) applicati alla risoluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = -2ty(t) & t \in (0, 10) \\ y(0) = 1. \end{cases} \quad (4)$$

2. Si verifichino sperimentalmente i risultati trovati utilizzando i codici Matlab sviluppati nei precedenti laboratori (o scaricando i codici **eulesp.m** e **eulimp.m** dalla pagina web del corso).