

Laboratorio nr.4

Esercizio 1. Risoluzione di sistemi non lineari

Si consideri il seguente sistema non lineare

$$\begin{cases} e^{x+y} - 1 = 0, \\ e^{x-y} - 1 = 0. \end{cases} \quad (1)$$

1. Si traccino con MATLAB le due curve, dopo aver trovato per ciascuna di esse un'opportuna espressione esplicita del tipo $y = g(x)$. Quale è la soluzione esatta del problema?
2. Si calcoli l'espressione dello Jacobiano di (1).
3. Si scriva il metodo di Newton applicato alla risoluzione di (1).
4. Si calcolino a mano le prime due iterate del metodo di Newton, partendo dal dato iniziale $x_0=1$, $y_0=2$.
5. Si utilizzi ora il programma `qssnewtonxsys` (leggerne attentamente l'help!) per trovare la soluzione del sistema con una tolleranza di 10^{-6} .

Esercizio 2. Interpolazione con polinomi globali

Si consideri la funzione $f(x) = \cos(x)$ nei punti

$$x_0 = 0, x_1 = \frac{1}{3}\pi, x_2 = \frac{2}{3}\pi.$$

1. Si disegni (su carta) l'interpolante $\Pi_2 f$ della funzione $f(x)$.
2. Si scriva l'espressione dei polinomi di Lagrange $L_0(x), L_1(x), L_2(x)$ e se ne tracci (prima su carta e poi con MATLAB) il grafico.
3. Si scriva $\Pi_2 f(x) = \sum_{i=0}^2 f(x_i) L_i(x)$ e se ne tracci con MATLAB il grafico per $x = 0 : 0.001 : \frac{2}{3}\pi$.
4. Si calcoli il valore $\Pi_2 f(x = 1)$. Quale è l'errore commesso in tale punto?
5. Si calcoli con MATLAB la quantità $\|f(x) - \Pi_2 f(x)\|_\infty$ considerando una discretizzazione fine $x = 0 : 0.001 : \frac{2}{3}\pi$.
6. Si utilizzi il codice `qssinterpol` per calcolare $\Pi_5 f(x)$ su $[0, \frac{2}{3}\pi]$. Quanto vale $\|f(x) - \Pi_5 f(x)\|_\infty$? Si calcoli ora $\Pi_5 f(x)$ utilizzando nodi di Chebyshev. Quanto vale $\|f(x) - \Pi_5 f(x)\|_\infty$?
7. Si considerino ora i nodi $x_0 = 0, x_1 = \frac{1}{2}\pi, x_2 = \pi$. Si tracci su carta $\Pi_2 f(x)$. Cosa si ottiene? Si commentino i risultati.