B

Il presente foglio va riconsegnato, compilato in stampatello maiuscolo.

*Cognome*_____ *Nome*_____*matr.*_____

2ª Prova intermedia di ISTITUZIONI DI MATEMATICHE per CHIMICA (21/12/2006)

1. **Sistemi lineari** (6 punti)

Si stabilisca per quali valori reali di k è risolubile il sistema $\begin{cases} (1+k)x+y-z=k \\ -x+(k-1)z=1 \\ kx+(k-1)y=3 \end{cases}$.

Si trovino poi le soluzioni corrispondenti al caso $k=-1$.

2. **Limiti.** (13 punti)

a) (3 punti) Dopo aver evidenziato tra gli eventuali infiniti che compaiono come addendi al numeratore e/o al denominatore quello di ordine superiore, si calcoli il limite per n che tende a $+\infty$ della successione di termine generale $a_n = \dfrac{e^n + \left(n-\sqrt{n+3}\right)^2}{n\ln n - 3^{n+2}}$.

b) (3 punti) Dopo aver evidenziato l'eventuale forma di indecisione, si calcoli il limite per x che tende a 0 della funzione $\dfrac{e^{x^3-x}-1}{\tan\left(2x^3\right)}$.

c) (4 punti) Si stabilisca se per $x \to -\infty$ la funzione $\sqrt{x^2+9x}+3x$ ha asintoto ed eventualmente se ne calcoli l'equazione.

d) (3 punti) Dopo aver evidenziato l'eventuale forma di indecisione, si calcoli il limite per $x \to 2$ della funzione $(x-1)^{\frac{\ln x}{2-x}}$.

3. **Derivate e studio di funzione.** (14 punti)

a) (3 punti) Si determini l'equazione della retta tangente nel punto di ascissa 0 al grafico della funzione $\left(2+\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}\right)\arctan\left(x^2-x\right)$.

b) (9 punti) Si studi la funzione, $f(x) = -\dfrac{3}{2}x - \ln\left(\dfrac{x^2-x}{2}\right)$ prestando particolare attenzione all'insieme di definizione, ai limiti nei suoi estremi (ed eventuali asintoti), agli intervalli di monotonia e punti di estremo relativo. Si utilizzino queste informazioni per tracciarne il grafico e per stabilire se la funzione ha zeri nel suo insieme di definizione ed in caso affermativo quanti sono.

c) (2 punti) Aiutandosi con il grafico, si dica a quali intervalli bisogna restringere il dominio della funzione $f(x)$ perché risulti invertibile. Si chiami $f^{-1}(y)$ la funzione inversa di $f(x)$ che risulta definita e positiva in tutto un intorno di $y=-3$: si trovi la derivata di $f^{-1}(y)$ in tale punto.

4. **Integrali indefiniti.** (7 punti)

a) (2 punti) Si calcoli l'integrale indefinito della funzione $\cos(2x)\left[\sin(2x)\right]^2$.

b) (5 punti) Si calcoli l'integrale indefinito della funzione $3x\left(\ln(1-2x)+e^{-x}\right)$.