

Cognome _____ Nome _____ matr. _____

Se nello scritto raggiungo il punteggio di almeno 15/30, chiedo di sostenere l'orale nel periodo (spuntare il periodo che interessa):

26 - 27 gennaio 30 gennaio - 3 febbraio 6 - 10 febbraio 13 - 17 febbraio 20 - 24 febbraio

con l'esclusione dei seguenti giorni (non più di 2):

Se il punteggio dello scritto è ≥ 15 ma $< \dots /30$ intendo sostenere la prova scritta del 8/2 23/2 (spuntare la data che interessa)

indirizzo e-mail: **non serve per l'esito, ma per eventuali comunicazioni urgenti. Mettere un indirizzo che si consulta giornalmente.**

Consegnare solo questo foglio, non la brutta. È necessario riportare, oltre ai risultati, anche le giustificazioni e i passaggi fondamentali. La prova dura 3 ore.

Fac-simile 4 di prova scritta di Matematica del Continuo per Informatica Musicale

1. (5 punti) Per ciascuna delle due equazioni a coefficienti complessi che seguono, stabilire se esistono soluzioni e in caso affermativo calcolarle in forma algebrica:

$$2i|z|=1 \qquad 2i|z|=z^2.$$

2. (4 punti) Calcolare il limite per x che tende a 0 della funzione $\frac{1-e^x+\ln(1+x)}{x^3} + \frac{1}{x}$.

3. (11 punti) Della funzione $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$ determinare nell'ordine:

- l'insieme di definizione, gli zeri e il segno;
- i limiti agli estremi dell'insieme di definizione;
- la derivata prima e i suoi limiti quando x tende agli estremi del suo dominio;
- gli intervalli di monotonia, stabilendo se esistono punti di estremo relativo e i valori assunti in essi dalla funzione;

Tracciare il grafico qualitativo della funzione.

(1 punto) *Facoltativo*: studiare la concavità del grafico di f e determinare gli eventuali punti di flesso.

4. (3 punti) Calcolare l'integrale indefinito della funzione $\frac{\sin x}{\sin^2 x + 2 \cos^2 x}$.

5. (5 punti) Considerare le funzioni, definite nell'intervallo $I = [-1, 1]$ dalle due leggi $f(x) = xe^{-x}$ e $g(x) = 1 + x$. Tracciarne (con brevi considerazioni) i grafici, limitatamente al dominio indicato, evidenziandone eventuali intersezioni. Tratteggiare la regione *limitata* R del piano xOy delimitata dai due grafici e dalle rette di equazioni $x = -1$ e $x = 1$ e calcolare l'area di R .

6. (4 punti) Sia $f_k: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$ l'applicazione lineare definita da $f_k\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right) = A_k\left(\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}\right)$, con $A_k = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 1 \\ k & 4 \end{pmatrix}$.

Stabilire per quali valori del parametro reale k il vettore $\mathbf{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ appartiene all'immagine $\text{Im}(f_k)$.