

ES. 1

Provare che una curva in cui sia assegnato, in ciascun punto il versore binormale $\underline{b}(s)$ che abbia torsione non nulla in ciascun punto ha determinata curvatura e modulo della torsione.

ES. 2*

Provare che la conoscenza del versore normale per una curva non piana determina $\tau(s)$ e $\kappa(s)$.

ES. 3

Provare che la curva $\alpha(t) = (t, t^2, t^3)$ ^{non} è contenuta in un piano.

ES. 4

Stabilire se la curva $\alpha(t) = (4 \cos t, 4 \sin t, 4 \cos t)$ è contenuta in un piano e trovare il piano osculatore.

ES. 5

Data la curva $C = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid f(x, y) = x^4 + y^4 - xy = 1\}$ calcolare la sua curvatura nel punto $p = (0, 1)$

ES. 6

Siano $\alpha(s)$ e $\sigma(s)$ due curve ~~distinte~~ ^{distinte} : $I \rightarrow \mathbb{R}^3 + c$

$$\underline{b}_\alpha(s) = \underline{b}_\sigma(s)$$

provare che sono piane

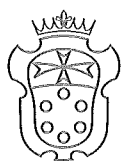
ES. 7

Sia $\gamma(t)$ una curva data come intersezione di due luoghi $\subseteq \mathbb{R}^3$
 $f(x, y, z) = 0$ e $g(x, y, z) = 0$

$$\gamma(t) = C = \begin{cases} f(x, y, z) = 0 \\ g(x, y, z) = 0 \end{cases}$$

nei punti ^{in cui} $\text{grad } f \wedge \text{grad } g \neq 0$

trovare $(x', y', z') = \gamma'(t)$



ES. 8

Studiare la curva

$$C = \begin{cases} x^3 + yz + 1 = 0 \\ y^2 + z^2 = x^2 \end{cases}$$

DIRE se tutti i punti sono regolari.

ES. 9

Sia $P = P(s)$ una curva biregolare su di una sfera $S^2(\mathbb{R})$ a curvatura costante. Provare che $P(s)$ è un arco di circonferenza.

ES. 10

Sia data una curva nel piano in coordinate polari. Determinare la funzione curvatura e verificare che se

$$\begin{cases} x(\theta) = r(\theta) \cos \theta \\ y(\theta) = r(\theta) \sin \theta \end{cases}$$

$$K = \frac{|2r'^2 + r^2 - rr''|}{(r^2 + r'^2)^{3/2}}$$

