FOGLIO 5

22.04.15 (FOGLIO 5)

√ **ES 1** DIMOSTRARE che Σ SUPERFICIE DIFFERENZIABILE COMPATTA HA ALMENO UN PUNTO ELLITTICO

√ **ES 2** Sia Σ superficie diff data come $\{(x,y,z)\in\mathbb{R}^3 \mid z = axy\}$ TROVARE CURVATURA di GAUSS e CURVATURA MEDIA. TROVARE LE CURVE ASINTOTICHE IN $\underline{o} = (0,0,0)$

√ **ES 3** SIA Σ SUPERFICIE REGOLARE data parametricamente nella forma

$$\underline{x}(u,v) = (v\cos u, v\sin u, cu) \qquad \text{ELICOIDE}$$

- TROVARE LA I^{a} e la II^{a} forma fondamentale
- Trovare CURVATURA di Gauss e CURVATURA MEDIA
- TROVARE LE CURVE ASINTOTICHE E LE LINEE DI CURVATURA.

√ **ES 4** Si consideri LA SUPERFICIE REGOLARE Σ DI PARAMETRIZZAZIONE

$$\varphi(u,v) = (u, v, u^4 + v^4)$$

- TROVARE CURVATURA DI GAUSS E CURVATURA MEDIA
- TROVARE CURVATURE PRINCIPALI in $(0,0,0)$
- TROVARE LINEE DI CURV E CURVE ASINTOTICHE in $(0,0,0)$
- DIMOSTRA CHE $\underline{o}$ E' PIATTO.

√ **ES 5** SIA $\sigma : I \to \mathbb{R}^3$ UNA CURVA PIANA REGOLARE C^∞ PARAMETRIZZATA MEDIANTE LUNGHEZZA D'ARCO CON CURVATURA $0<k<1$

Sia φ $\quad I \times [0, 2\pi) \to \mathbb{R}^3 \quad C^\infty$

LA SUPERFICIE immersa data da

$$\varphi(s,v) = \sigma(s) + \cos v\, \underline{n}(s) + \underline{b}(s)$$

- DETERMINARE K e H in ogni punto del sostegno S di φ
- DETERMINARE LE LINEE DI CURVATURA

ES 6 Σ e' detta SUPERFICIE MINIMA se $\forall\, p \in \Sigma \quad H(p)=0$

- dimostra che $\nexists$ superficie minima compatta -

ES 7 Sia Σ SUPERFICIE REGOLARE CHIUSA e CONNESSA in $\mathbb{R}^3$.

Σ e' un piano $\Longleftrightarrow$ $\forall\, p \in \Sigma$ passano almeno tre rette distinte interamente contenute in Σ.

ES 8 sia $\alpha(t)$ la curva piana data da $\alpha(t) = (a\cosh t, at)$ $\quad t \in \mathbb{R}$

(a) Calcolare la CURVATURA di $\alpha(t)$

(b) TROVARE LA CURVATURA di GAUSS e la CURVATURA MEDIA della superficie ottenuta ruotando la curva $\alpha(t)$ intorno all'asse z

$$(a\cosh t \cos u,\ a\cosh t \sin u,\ at)$$

(c) TROVARE DIREZIONI ASINTOTICHE e LINEE DI CURVATURA.

ES 9 TROVARE TUTTE LE SUPERFICI DI ROTAZIONE con $K = \text{cost}$.

per $\text{cost} = 0, +1, -1$