

Presentazione generale

I quesiti raccolti provengono tutti da test nazionali resi pubblici o perché test di selezione o perché test di esempio preliminari a test di selezione.

Si propone di somministrarli nella forma originale (*salvo dove sono state evidenziate imprecisioni di testo*) e solo in seconda battuta (ad esempio se si ha la possibilità di lavorare in parallelo con più classi oppure in fase di discussione e approfondimento diagnostico) di provare variazioni.

Nella scelta della cinquina da proporre si consiglia di tener conto della difficoltà evidenziata dalle precedenti somministrazioni e di comporre un test ragionevolmente equilibrato.

I cinque quesiti scelti per una classe, privati di tutti i commenti e le variazioni attualmente presenti e intestate una per una con

COGNOME ... NOME ... Classe ... Sezione ...,

comporranno il materiale da fornire a ciascuno studente.

Il docente può rinumerare i quesiti scelti (e permutare l'ordine delle risposte se lo ritiene opportuno) purché restituisca poi gli esiti con la numerazione indicata in questo fascicolo.

Si consiglia di utilizzare la parte che in queste schede va sotto il nome di Osservazioni del docente sperimentatore per prendere appunti:

- prima della somministrazione del test (valutazione dei quesiti, scelta in funzione delle classi ecc.)
- in fase di svolgimento (ad es. numero di presenti o numero di risposte di un certo tipo, desumibile dalle griglie consegnate dopo 20 minuti dagli studenti)
- alla fine (considerazioni varie, eventualmente anche dopo la discussione in classe).

Questi appunti andranno poi riportati nell'apposito questionario di osservazioni e valutazione dei quesiti e restituiti al gruppo di lavoro, possibilmente “poco dopo” la discussione con gli studenti (per rendere disponibili gli esiti dell'esperienza a chi affronta dopo lo stesso set di domande).

Si prega di compilare in modo “completo” le osservazioni relative ai cinque quesiti scelti e di riportare per altri i motivi di non scelta.

Presentazione di “Algebra”

Il set di quesiti di “Algebra” contiene nell'ordine:

- 3 quesiti su equazioni e sistemi di equazioni (con numerose variazioni);
- 3 quesiti su disequazioni;
- 4 quesiti su manipolazione di espressioni algebriche;
- 1 quesito sulle relazioni tra grandezze.

Quesiti su uno stesso argomento sono spesso simili, anche se i differenti esiti delle somministrazioni sembrano talora suggerire la presenza di difficoltà nascoste.

A1. Considera l'equazione

$$x^2 - 3x + c = 0$$

dove x è l'incognita e c è un parametro. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- A Per $c = 2$, il numero -1 è soluzione dell'equazione
- B Per $c = 0$, l'equazione ha un'unica soluzione
- C Per $c > \frac{9}{4}$, l'equazione non ammette soluzioni
- D Per opportuni valori di c l'equazione ha quattro soluzioni

Classificazione del quesito

Argomento: Algebra	Parole chiave: equazioni di II grado
Risposta corretta: (C)	Nome del file: Tn163
Precedenti somministrazioni: nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II superiore (scientifico/tecnico), oppure I liceo classico.

Focus: Il quesito in forma chiusa richiede di sapere:

- che cosa sia una soluzione
- che un'equazione di secondo grado non può avere più di quattro soluzioni

e di essere in grado di sostituire due parametri e fare considerazioni ovvie sulle equazioni numeriche che ne risultano. Per esclusione si trova la soluzione corretta.

Il valore di questa formulazione chiusa è di obbligare lo studente a decidere della correttezza di una o più affermazioni, il che ha senso in termini di **auto correzione**.

Variazioni proposte al quesito. [nel caso di variazione con risposta multipla è sempre corretta la C)]

La formulazione originale non è del tutto soddisfacente: si sottintende che le soluzioni di cui si parla siano reali, ma è un dato che non si dovrebbe mai dare per scontato. Si propone una **variazione del testo che rende più preciso l'enunciato e può essere adottata anche nelle successive variazioni**:

A1-1. **Stiamo cercando le soluzioni reali dell'**equazione

$$x^2 - 3x + c = 0$$

dove x è l'incognita e c è un parametro. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- A Per $c = 2$, il numero -1 è soluzione dell'equazione
- B Per $c = 0$, l'equazione ha un'unica soluzione
- C Per $c > \frac{9}{4}$, l'equazione non ammette soluzioni
- D Per opportuni valori di c l'equazione ha quattro soluzioni

A1-2. Considera l'equazione

$$x^2 - 3x + c = 0$$

dove x è l'incognita e c è un parametro. **Individua le possibili affermazioni corrette:**

- A Per $c = 2$, il numero -1 è soluzione dell'equazione
- B Per $c = 0$, l'equazione ha un'unica soluzione
- C Per $c > \frac{9}{4}$, l'equazione non ammette soluzioni
- D Per opportuni valori di c l'equazione ha quattro soluzioni

Focus A1-2: L’apertura parziale del quesito aggiunge la richiesta della conoscenza di una procedura per stabilire se un’equazione di II grado ha soluzioni reali.

A1-3. Considera l’equazione

$$x^2 - 3x + c = 0$$

dove x è l’incognita e c è un parametro. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- A Per $c = 2$, il numero -1 è soluzione dell’equazione
- B Per $c = 0$, l’equazione ha un’unica soluzione
- C Per $c > 3$ non ha soluzioni
- D Per $c < 2$ non ha soluzioni

Focus A1-3: Questa modifica ha senso (nell’ottica di far poi esplicitare allo studente la motivazione della scelta) perché, nascondendo il valore per cui si annulla il discriminante, obbliga lo studente che sta facendo la discussione delle condizioni di realtà a chiedersi quale condizione implichi quella da lui trovata (e gli lascia la libertà di sbagliare il verso della disuguaglianza).

Se è già stato sviluppato il programma di geometria analitica (II superiore o II classico), si può suggerire l’idea di affrontare il problema per via grafica variando l’enunciato come segue:

A1-4. **Stiamo cercando le soluzioni reali dell’equazione**

$$x^2 - 3x = c$$

dove x è l’incognita e c è un parametro. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- A Per $c = 2$, il numero **1** è soluzione dell’equazione
- B Per $c = 0$, l’equazione ha un’unica soluzione
- C Per $c < -3$ non ha soluzioni
- D Per $c > -2$ non ha soluzioni

Focus A1-4: interpretare le soluzioni dell’equazione di secondo grado ascisse degli eventuali punti di intersezione di una parabola fissata con una retta orizzontale..

A1-5. **Studiare le soluzioni reali dell’equazione**

$$x^2 - 3x = c$$

al variare del parametro c .

Focus A1-5 : La forma aperta, sicuramente la più attesa dagli studenti, verifica la capacità di condurre in maniera esaustiva la discussione.

Osservazione: di norma, l’argomento equazioni parametriche di secondo grado precede la trattazione della geometria analitica.

A2. Le soluzioni dell’equazione

$$1 + 3x - 2x^2 = 0$$

sono:

- A $\frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}$
- B $\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$
- C $\frac{3 \pm \sqrt{17}}{4}$
- D $\frac{-3 \pm \sqrt{17}}{2}$

Classificazione del quesito

Argomento: Algebra	Parole chiave: equazioni di II grado
Risposta corretta: (C)	Nome del file: Tn044
Precedenti somministrazioni: test di selezione del 10/9/2008; esito medio - buono (64,76% di risposte corrette su un campione di 13793 soggetti).	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II superiore (scientifico/tecnico) oppure I liceo classico

Focus : Il quesito richiede la conoscenza e l’applicazione della formula risolutiva delle equazioni di secondo grado nonché l’attenzione all’ordinamento del polinomio e ad un eventuale cambio di segni.

Variazioni proposte al quesito:

A2-1. Le soluzioni dell’equazione

$$2 - 6x - 3x^2 = 0$$

sono

- A $\frac{-3 \pm \sqrt{15}}{3}$
- B $\frac{3 \pm \sqrt{15}}{6}$
- C $\frac{-3 \pm \sqrt{15}}{6}$
- D $-3 \pm \sqrt{15}$

Focus A2-1: in aggiunta al focus precedente le opzioni tengono conto dei più comuni errori nell’utilizzo della formula risolutiva in forma ridotta.

Forma aperta:

A2-2. Risolvere l’equazione $2 - 6x - 3x^2 = 0$.

Focus A2-2: Da utilizzare appena sviluppato l’argomento per verificare se lo studente ha chiaro il legame tra formula risolutiva e coefficienti che compaiono nell’equazione stessa.

A3. Si risolva il sistema

$$\begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x + z = 4 \\ y + z = 1 \end{cases}$$

Se (a, b, c) è la soluzione del sistema, allora $a + b + c$ è uguale a:

- A 4
- B 3
- C 1
- D 2

Classificazione del quesito

Argomento: Algebra	Parole chiave: Sistemi – Concetto di soluzione
Risposta corretta: (B)	Nome del file: Tn416
Precedenti somministrazioni: test di selezione dell’8/9/2009; esito buono. Quesito 13 simulazione online	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II superiore (scientifico/tecnico) oppure da fine V ginnasio sia in forma aperta che chiusa

Focus: La richiesta, non prevedendo la terna risolutiva tra le risposte, non consente la semplice sostituzione delle medesime per pervenire alla risoluzione del quesito. È possibile sommare l’opposta della prima equazione a due volte la seconda e alla terza ottenendo $3(a + b + c)$.

Variazioni proposte al quesito:

A3-1. Per facilitare, indicare come soluzioni quattro possibili terne soluzione, ad esempio
A (2,1,1) **B** (2,1,0) **C** (2,-1,0) **D** (2,-1,1).

Focus 3-1: Se lo studente possiede il concetto di soluzione di equazione (o sistema) può limitarsi a sostituire. Una giustificazione di questo tipo mostra la presenza del concetto di soluzione (ma una giustificazione di tipo diverso non ne nega l’esistenza).

A4. Per quali valori di x si ha

$$\frac{x}{3-x} \geq 0?$$

- A $0 \leq x \leq 3$
- B $0 \leq x < 3$
- C $x > 3$
- D $x \leq 3$

Classificazione del quesito

Argomento: Funzioni/Algebra	Parole chiave: Disequazioni
Risposta corretta: (B)	Nome del file: Tn160
Precedenti somministrazioni: nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II superiore (scientifico/tecnico) oppure I liceo classico

Focus: Il quesito richiede la capacità di risolvere le disequazioni fratte e stimola quella di utilizzare le opzioni simili per evitare eventuali “distrazioni” nella risposta.

Variazioni proposte al quesito:

Forma aperta:

A4-1. Per quali valori di x si ha:

$$\frac{x^2 - 1}{2x - 2} \geq 0?$$

Focus A4.1: Si integra la richiesta precedente con la capacità di analizzare le condizioni di accettabilità delle soluzioni.

Forma chiusa:

A4-2. Per quali valori di x si ha:

$$\frac{x^2 - 1}{2x - 2} \geq 0?$$

- A $x > -1$
- B $x \geq -1$
- C $-1 \leq x < 1$ oppure $x > 1$
- D $-1 \leq x < 1$

Focus A4-2: si perseguono gli obiettivi della versione precedente, facilitando il quesito attraverso l’orientamento delle risposte.

A5. Sia $a < 0$; per quali valori di x si ha

$$\frac{a}{2-x} > 0?$$

- A $x > 2$
- B $x < 2$
- C $x \neq 2$
- D Dipende dal valore di a

Classificazione del quesito

Argomento: Algebra	Parole chiave: Disequazioni
Risposta corretta: (A)	Nome del file: Tn042
Precedenti somministrazioni: test di selezione del 10/9/2008; esito medio (53,53% di risposte corrette su un campione di 13793 soggetti).	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II superiore, oppure fine di una V ginnasio

Focus: l’attenzione del quesito è sul vincolo posto al parametro, oltre che sulla capacità di risolvere semplici disequazioni letterali fratte.

Variazioni proposte al quesito:

Forma aperta:

A5-1. Per quali valori di x si ha

$$\frac{a}{2-x} > 0?$$

Focus A5-1: In questa forma il quesito valuta la capacità di condurre in maniera esaustiva la discussione di una disequazione letterale fratta.

Osservazione. Eliminando il vincolo su a , se ne richiede la discussione in funzione di a : ciò aumenta la laboriosità del quesito, ma lo studente serio non dovrebbe trovare eccessive difficoltà. Invece il quesito in forma chiusa può essere sbagliato anche dallo studente “bravo” poiché chiede di porre attenzione alle ipotesi (quindi di leggere attentamente e capire la richiesta).

A6. Si indichi l’insieme delle soluzioni della disequazione

$$|x| < 2x + 3.$$

- A $x > -1$
- B $x > 0$
- C $x < -1$
- D $-1 < x < 0$

Classificazione del quesito

Argomento: Algebra – Funzioni	Parole chiave: Disequazioni – Valore assoluto
Risposta corretta: (A)	Nome del file: Tn413
Precedenti somministrazioni: test di selezione dell’8/9/2009; esito medio – basso. Quesito 6 simulazione online	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II superiore di tutti gli indirizzi di studi, sia in forma aperta che chiusa

Focus: l’attesa relativa a questo quesito è diversa a seconda delle classi in cui è somministrata. Si richiede sempre la capacità di risolvere una disequazione contenente anche valori assoluti, ma nelle situazioni più avanzate l’uso del metodo grafico dovrebbe essere privilegiato dallo studente stesso.

In realtà lo studente potrebbe risolvere agevolmente il quesito in forma chiusa testando $x = 0$.

Variazioni proposte al quesito:

Con attenzione al metodo grafico, a partire dalla III liceo scientifico o tecnico (oppure II liceo classico) si può porre il problema in forma aperta in uno dei due modi seguenti:

A6-1. Risolvere per via grafica la disequazione $|x| < 2x + 3$.

A6-2. Risolvere la disequazione $|x| < 2x + 3$.

Focus A6-1. Mostrare allo studente l’agilità e la più chiara consapevolezza che deriva dalla risoluzione ottenuta attraverso il metodo grafico.

Focus A6-2. Verificare come si orienta lo studente nella soluzione (e quindi che flessibilità ha nella scelta dei metodi risolutivi)

A7. A volume costante, la pressione p di un gas perfetto varia secondo la legge:

$$p = p_0(1 + \alpha\Delta T)$$

Allora α è uguale a:

- A $\frac{p}{p_0\Delta T}$
 B $\frac{p - p_0}{p_0\Delta T}$
 C $\frac{p}{p_0 + p_0\Delta T}$
 D $\frac{p - p_0}{\Delta T}$

Classificazione del quesito

Argomento: Algebra	Parole chiave: manipolazione di espressioni algebriche
Risposta corretta: (B)	Nome del file: Tn162
Precedenti somministrazioni: nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla I superiore di ogni indirizzo di studi.

Focus : Il quesito valuta l'abilità dello studente nell'operare con le formule inverse.

Variazioni proposte al quesito:

A7-1. A volume costante, la pressione p di un gas perfetto varia secondo la legge:

$$p = p_0(1 + \alpha\Delta T)$$

Allora α è uguale a:

- A $\frac{1}{\Delta T} \cdot \frac{p}{p_0}$
 B $\frac{1}{\Delta T} \cdot \left(\frac{p}{p_0} - 1 \right)$
 C $\frac{1}{1 + \Delta T} \cdot \frac{p}{p_0}$
 D $\frac{p - p_0}{\Delta T}$

Focus A7-1: Questa forma, valuta l'abilità dello studente nell'operare con le formule inverse, ma suggerisce anche di sviluppare i calcoli nel modo più accorto e finalizzato possibile.

A8. Se $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$ con p, q, f diversi da 0, allora p è uguale a:

- A $\frac{fq}{q - f}$
 B $f - q$
 C $\frac{1}{f} - \frac{1}{q}$
 D $\frac{f}{q}$

Classificazione del quesito

Argomento: Algebra	Parole chiave: Manipolazione di espressioni algebriche
Risposta corretta: (A)	Nome del file: Tn205
Precedenti somministrazioni: test di selezione del 10/9/2008; esito medio - basso (43,58% di risposte corrette su un campione di 13116 soggetti).	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla I superiore di tutti gli ordini di scuole

Focus: Il quesito riguarda la capacità di manipolare un'espressione algebrica. Qui è fondamentale controllare il metodo attraverso il quale lo studente perviene alla risposta.

In fase di correzione, si può sottolineare che eseguire m.c.m. dei denominatori costituisce un metodo più lungo e complicato che non riscrivere l'uguaglianza iniziale come $1/p = 1/f - 1/q$ cioè $1/p = (q - f)/fq$ e invertire. Si evidenzia l'agilità e la maggior eleganza di questo secondo approccio.

Variazioni proposte al quesito:

Forma aperta

A8-1. Supponi che p, q, f siano dei parametri diversi da 0 e che risulti $\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{1}{f}$. Trova p in dipendenza da f e q .

Focus A8-1: integra il focus precedente verificando la tecnica esecutiva della risoluzione.

A9. Per tutti i valori di p e q diversi da zero, l'espressione:

$$p^{-1}q^{-1}(q+2p)$$

è equivalente a:

A $\frac{1}{p} + \frac{2}{q}$

B $\frac{1}{p} + 2$

C $\frac{q}{p} + \frac{2p}{q}$

D $\frac{q}{p} + \frac{2}{q}$

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Algebra	<i>Parole chiave:</i> Manipolazione di espressioni algebriche
<i>Risposta corretta:</i> (A)	<i>Nome del file:</i> Tn401
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione dell'8/9/2009; esito lievemente superiore alla media. Quesito 1 simulazione online	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla I superiore di ogni tipo di scuola, sia in forma aperta che chiusa

Focus: il quesito riguarda la capacità di manipolare espressioni algebriche, nelle quali sono presenti anche potenze negative.

Variazioni proposte al quesito: nessuna

A10. Sommando i quadrati di due numeri a e b si ottiene 58. Si sa inoltre che $ab = -21$.

Allora $(a-b)^2$ è uguale a:

A 16

B 79

C 100

D 36

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Algebra	<i>Parole chiave:</i> Manipolazione di espressioni algebriche
<i>Risposta corretta:</i> (C)	<i>Nome del file:</i> Tn422
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione dell'8/9/2009; esito lievemente inferiore alla media. Quesito 17 simulazione online	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II superiore (scientifico/tecnico), oppure I liceo classico

Focus: l'attenzione è sulla traduzione del testo in formule (“sommando a e b si ottiene ...” significa ...), e sullo sviluppo del quadrato, che portano alla soluzione $(a-b)^2 = (a^2 + b^2) - 2ab = 58 + 42$.

Osservazione: Se lo studente utilizzasse il sistema simmetrico, conviene far riflettere sull'esistenza di più di un metodo risolutivo corretto e sull'opportunità di scegliere il più agile rispetto ai dati forniti, ricordando che la sintesi esecutiva è un valore.

Variazioni proposte al quesito: nessuna

A11. Due grandezze F ed R sono legate dalla relazione $F = \frac{2}{R^2}$.

Se F triplica allora R diventa

- A $\frac{2}{3}$ del valore iniziale
- B $\frac{1}{\sqrt{3}}$ del valore iniziale
- C $\frac{1}{3}$ del valore iniziale
- D $\frac{1}{9}$ del valore iniziale

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Modellizzazione – Algebra	<i>Parole chiave:</i> Relazioni - formule - linguaggio – Radicali
<i>Risposta corretta:</i> (B)	<i>Nome del file:</i> Tn204
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 10/9/2008; esito molto basso (27,63% di risposte corrette su un campione di 13116 soggetti).	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II superiore (scientifico/tecnico) oppure fine I liceo classico

Focus : Il quesito richiede una buona capacità di manipolazione di un’espressione algebrica e una adeguata tecnica esecutiva.

Variazioni proposte al quesito:

Forma aperta

A11-1. Due grandezze F ed R sono legate dalla relazione $F = \frac{2}{R^2}$.

Se F triplica, come si modifica R rispetto al valore iniziale?

Focus A11-1. Il focus rimane invariato, ma la tecnica esecutiva richiesta non è indirizzata dalle opzioni come succede nella forma chiusa.

Presentazione generale

I quesiti raccolti provengono tutti da test nazionali resi pubblici o perché test di selezione o perché test di esempio preliminari a test di selezione.

Si propone di somministrarli nella forma originale (*salvo dove sono state evidenziate imprecisioni di testo*) e solo in seconda battuta (ad esempio se si ha la possibilità di lavorare in parallelo con più classi oppure in fase di discussione e approfondimento diagnostico) di provare variazioni.

Nella scelta della cinquina da proporre si consiglia di tener conto della difficoltà evidenziata dalle precedenti somministrazioni e di comporre un test ragionevolmente equilibrato.

I cinque quesiti scelti per una classe, privati di tutti i commenti e le variazioni attualmente presenti e intestate una per una con

COGNOME ... NOME ... Classe ... Sezione ... ,

comporranno il materiale da fornire a ciascuno studente.

Il docente può rinumerare i quesiti scelti (e permutare l'ordine delle risposte se lo ritiene opportuno) purché restituisca poi gli esiti con la numerazione indicata in questo fascicolo.

Si consiglia di utilizzare la parte che in queste schede va sotto il nome di Osservazioni del docente sperimentatore per prendere appunti:

- prima della somministrazione del test (valutazione dei quesiti, scelta in funzione delle classi ecc.)
- in fase di svolgimento (ad es. numero di presenti o numero di risposte di un certo tipo, desumibile dalle griglie consegnate dopo 20 minuti dagli studenti)
- alla fine (considerazioni varie, eventualmente anche dopo la discussione in classe).

Questi appunti andranno poi riportati nell'apposito questionario di osservazioni e valutazione dei quesiti e restituiti al gruppo di lavoro, possibilmente “poco dopo” la discussione con gli studenti (per rendere disponibili gli esiti dell'esperienza a chi affronta dopo lo stesso set di domande).

Si prega di compilare in modo “completo” le osservazioni relative ai cinque quesiti scelti e di riportare per altri i motivi di non scelta.

Presentazione di “Funzioni”

Il set di quesiti di “Funzioni” contiene nell'ordine:

- 3 quesiti sul linguaggio elementare;
- 6 quesiti sui grafici, di cui due nuovi.

Attenzione: un quesito di funzioni si trova anche in Algebra.

F1. Una sola delle funzioni indicate sotto soddisfa per ogni x reale la condizione $f(x) < 3$. Quale?

- A $f(x) = 2^x - 3$
 B $f(x) = 3 \cdot 2^{-x}$
 C $f(x) = 3 - 2^x$
 D $f(x) = 2^{x-3}$

Classificazione del quesito

Argomento: Funzioni	Parole chiave: Linguaggio funzioni – Funzioni elementari
Risposta corretta: (C)	Nome del file: Tn435
Precedenti somministrazioni: test di selezione dell'8/9/2010; esito medio. Quesito 19 simulazione online.	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla IV liceo scientifico

Focus: andamento dei grafici elementari

Variazioni proposte al quesito: nessuna

F2. È dato il polinomio

$$P(a) = a^3 - a^2 - 3a + 1.$$

Allora $P(\sqrt{2})$ è uguale a

- A $-1 + \sqrt{2}$
 B $3 - \sqrt{2}$
 C $-1 - \sqrt{2}$
 D $3 + \sqrt{2}$

Classificazione del quesito

Argomento: Funzioni – Numeri	Parole chiave: Linguaggio funzioni – Radici
Risposta corretta: (C)	Nome del file: Tn415
Precedenti somministrazioni: test di selezione dell'8/9/2009; esito medio-buono. Quesito 12 simulazione online.	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II liceo scientifico.

Focus: sul processo di sostituzione.

Variazioni proposte al quesito:

Se ne può fare un quesito sulla divisione di polinomi, sostituendo la domanda con

“Il resto della divisione di $P(a)$ per $a - \sqrt{2}$ è”

In questo caso il focus si sposta sul teorema di Ruffini e la domanda non è più di taglio Matematica di base (piuttosto Matematica e problemi)

F3. Sia f la funzione definita da $f(x) = x^3 + 8$. Per quale x si ha che $f(x)$ è il doppio del valore della funzione in $x = 0$?

- A 16
- B 0
- C 2
- D -2

Classificazione del quesito

Argomento: Funzioni	Parole chiave: Linguaggio funzioni
Risposta corretta: (C)	Nome del file: Tn201
Precedenti somministrazioni: test di selezione del 10/9/2008. Esito buono (68,05% di risposte corrette su un campione di 13116 soggetti).	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla III liceo scientifico

Focus: il valore in 0 è il termine noto del polinomio. Legame tra valore assunto dalla funzione e preimmagini.

Variazioni proposte al quesito:

Si può variare il testo scrivendo

F3-1. Sia f la funzione definita da $f(x) = x^3 + 8$. Per quale numero a il valore della funzione in $x = a$ è il doppio del valore della funzione in $x = 0$?

In questo caso non viene esplicitamente suggerito di risolvere l'equazione $f(x) = 16$; il focus è sulla differenza tra punto in cui si calcola la funzione e valore assunto in esso dalla funzione.

F4. Se il punto $P(c, 3)$ appartiene al grafico della funzione $f(x) = 2^x$, allora c è uguale a

- A $\frac{3}{2}$
- B $\log_2 3$
- C 2^{-3}
- D Nessuno degli altri valori

Classificazione del quesito

Argomento: Funzioni	Parole chiave: Grafici – Logaritmi
Risposta corretta: (B)	Nome del file: Tn145b
Precedenti somministrazioni: nessuna. Quesito 11 simulazione online.	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla IV liceo scientifico

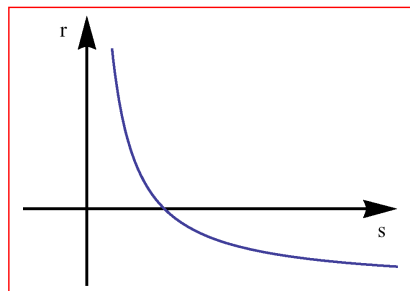
Focus:

Variazioni proposte al quesito:

Sono state mosse critiche all'introduzione della lettera c per denotare la soluzione dell'equazione. Pare però importante distinguere tra la variabile x (o incognita nell'equazione $f(x) = 3$) e la soluzione dell'equazione, anche se non è abituale, così come è importante distinguere tra funzione f (o, per evidenziare il nome della variabile: $f(x)$) e il valore assunto dalla funzione in un punto del dominio, $f(c)$. **Forse la seguente variazione del testo può risolvere la difficoltà:**

“Se il punto $P(c, 3)$ appartiene al grafico della funzione $f(x) = 2^x$, allora c è”
senza “uguale a”, cioè c è proprio il numero soluzione.

F5. Il grafico in figura rappresenta la relazione tra le variabili r e s .



Quale delle seguenti informazioni si può dedurre dal grafico?

- A se r diminuisce allora s diminuisce
- B se r aumenta allora s aumenta
- C se r aumenta allora s diminuisce
- D nessuna delle altre risposte

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Funzioni – Modellizzazione	<i>Parole chiave:</i> Grafici – Relazioni-grafici-linguaggio
<i>Risposta corretta:</i> (C)	<i>Nome del file:</i> Tn206
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 10/9/2008. Esito buono (69,8% di risposte corrette su un campione di 13116 soggetti).	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla III liceo scientifico

Focus: grafico come espressione del legame tra le due variabili

Variazioni proposte al quesito:

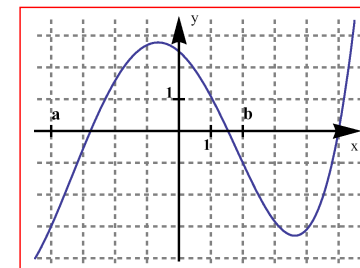
Si può porre la domanda in forma aperta: “Quali informazioni puoi dedurre dal grafico?”.

La domanda diventa più vaga e più ricca (la variabile s non è mai minore o uguale a zero; la r è definitivamente negativa).

F6. In figura è rappresentato il grafico di una funzione f .

Quanto vale il rapporto $\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$?

- A 1
- B $-\frac{1}{3}$
- C $-\frac{2}{3}$
- D $\frac{1}{3}$



Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Funzioni	<i>Parole chiave:</i> Grafici
<i>Risposta corretta:</i> (D)	<i>Nome del file:</i> Tn052
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 10/9/2008; esito piuttosto infelice (40% di risposte corrette su un campione di 13793 individui)	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II liceo scientifico

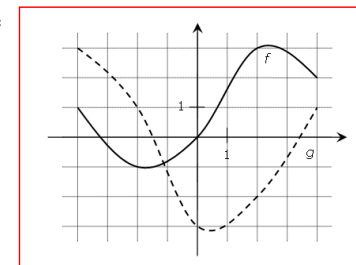
Focus: lettura del grafico e comprensione della richiesta (basterebbe usare la quadrettatura per trovare il coefficiente angolare della retta congiungente i due punti sul grafico)

Variazioni proposte al quesito: nessuna.

F7. In figura sono rappresentati i grafici di due funzioni f e

g .
Quanto vale la differenza $f(-2) - g(-2)$?

- A -2
- B 2
- C 0
- D -1



Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Funzioni	<i>Parole chiave:</i> Lettura di un grafico
<i>Risposta corretta:</i> (A)	<i>Nome del file:</i> Tn134
<i>Precedenti somministrazioni:</i> nessuna	

Suggerimento di utilizzo

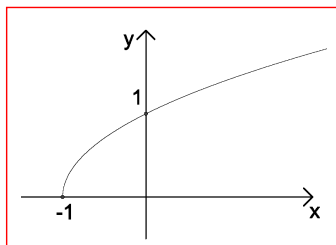
Classi in cui somministrarlo: dalla III liceo scientifico **PNI (altre esperienze?)**

Focus: lettura contemporanea di due grafici; osservare quale valore è richiesto come primo.

Variazioni proposte al quesito: nessuna

F8. In figura è rappresentato il grafico di una delle seguenti funzioni. Quale?

- A $\sqrt{x-1}$
- B $1+\sqrt{x}$
- C $\sqrt{x-1}$
- D $\sqrt{x+1}$



Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Funzioni	<i>Parole chiave:</i> Grafici funzioni elementari
<i>Risposta corretta:</i> (D)	<i>Nome del file:</i>
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 7/9/2010	

Suggerimento di utilizzo

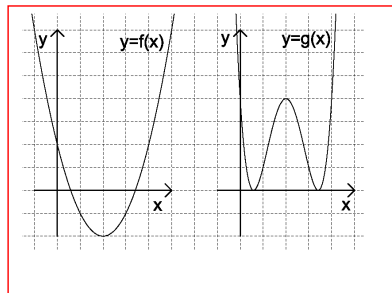
Classi in cui somministrarlo: dalla III liceo scientifico

Focus: traslazione di grafici

Variazioni proposte al quesito: nessuna

F9. In figura sono rappresentati, usando la stessa scala, i grafici di due funzioni $f(x)$ e $g(x)$, che sono legate da una delle seguenti relazioni. Quale?

- A $g(x) = (f(x))^2$
- B $g(x) = 1/f(x)$
- C $g(x) = |f(x)|$
- D $g(x) = -f(x)$



Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Funzioni	<i>Parole chiave:</i> Grafici funzioni elementari
<i>Risposta corretta:</i> (A)	<i>Nome del file:</i>
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 7/9/2010	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla IV liceo scientifico

Focus: composizione di funzioni

Variazioni proposte al quesito: nessuna

Presentazione generale

I quesiti raccolti provengono tutti da test nazionali resi pubblici o perché test di selezione o perché test di esempio preliminari a test di selezione.

Si propone di somministrarli nella forma originale (*salvo dove sono state evidenziate imprecisioni di testo*) e solo in seconda battuta (ad esempio se si ha la possibilità di lavorare in parallelo con più classi oppure in fase di discussione e approfondimento diagnostico) di provare variazioni.

Nella scelta della cinquina da proporre si consiglia di tener conto della difficoltà evidenziata dalle precedenti somministrazioni e di comporre un test ragionevolmente equilibrato.

I cinque quesiti scelti per una classe, privati di tutti i commenti e le variazioni attualmente presenti e intestate una per una con

COGNOME ... NOME ... Classe ... Sezione ...,

comporranno il materiale da fornire a ciascuno studente.

Il docente può rinumerare i quesiti scelti (e permutare l'ordine delle risposte se lo ritiene opportuno) purché restituisca poi gli esiti con la numerazione indicata in questo fascicolo.

Si consiglia di utilizzare la parte che in queste schede va sotto il nome di Osservazioni del docente sperimentatore per prendere appunti:

- prima della somministrazione del test (valutazione dei quesiti, scelta in funzione delle classi ecc.)
- in fase di svolgimento (ad es. numero di presenti o numero di risposte di un certo tipo, desumibile dalle griglie consegnate dopo 20 minuti dagli studenti)
- alla fine (considerazioni varie, eventualmente anche dopo la discussione in classe).

Questi appunti andranno poi riportati nell'apposito questionario di osservazioni e valutazione dei quesiti e restituiti al gruppo di lavoro, possibilmente "poco dopo" la discussione con gli studenti (per rendere disponibili gli esiti dell'esperienza a chi affronta dopo lo stesso set di domande).

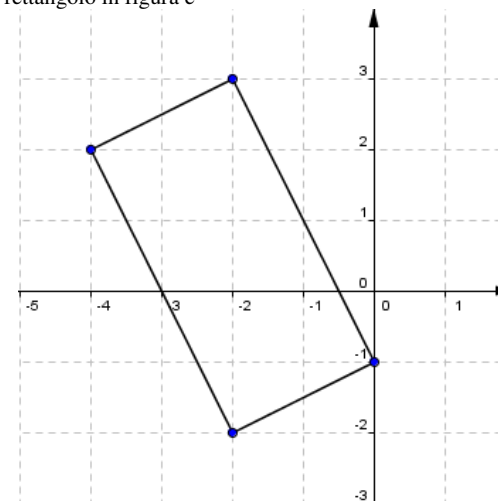
Si prega di compilare in modo "completo" le osservazioni relative ai cinque quesiti scelti e di riportare per altri i motivi di non scelta.

Presentazione di "Geometria"

Il set di quesiti di "Geometria" contiene nell'ordine:

- 4 quesiti su coordinate e distanze, sull'equazione della retta e sue intersezioni con gli assi;
- 2 quesiti sul teorema di Pitagora (uno complicato dalla visualizzazione spaziale);
- 3 quesiti sulle aree;
- 2 quesiti sulla rappresentazione analitica di domini piani.

G1. Il perimetro del rettangolo in figura è



- A $3\sqrt{5}$
- B $6\sqrt{5}$
- C $6\sqrt{10}$
- D 10

Classificazione del quesito

Argomento: Geometria	Parole chiave: Coordinate - Perimetro
Risposta corretta: (B)	Nome del file: Tn 148
Precedenti somministrazioni: nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II superiore (scientifico/tecnico) oppure dalla I liceo classico.

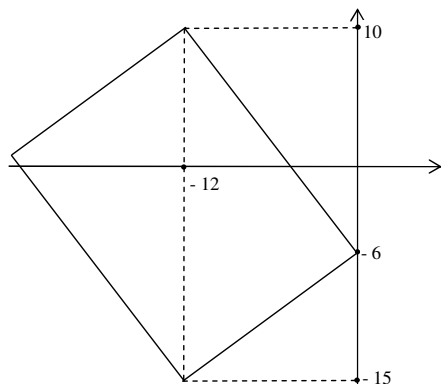
Focus: Capacità di lettura della figura e di individuazione su di essa delle coordinate dei vertici del rettangolo. Inoltre si richiede di saper calcolare la misura della lunghezza di un segmento note le coordinate degli estremi, avvalendosi anche degli irrazionali (vedi successivo G5).

Variazioni proposte al quesito:

L'esercizio proposto prevede familiarità con i radicali. Dunque eventuali errori nella risposta potrebbero essere imputati ad una scarsa abilità nell'operare con i radicali.

Prima alternativa: prevede ancora la deduzione delle coordinate dei punti dalla figura, senza l'utilizzo degli irrazionali.

G1-1. Il perimetro del rettangolo in figura è



- A 35
- B 70
- C 74
- D 37

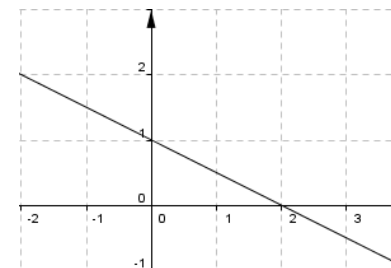
Focus G1-1. Si conservano gli stessi obiettivi, eliminando le difficoltà che potrebbero derivare del calcolo con i radicali.

Seconda alternativa: assegnare a priori i punti con coordinate tali che le misure dei lati del rettangolo risultino numeri interi. Ad esempio:

G1-2. Un rettangolo ha tre vertici nei punti A(-3,2), B(0,2), C(-8,-8). Qual è il suo perimetro?

Focus G1-2. Consapevolezza che bastano 3 vertici per individuare un rettangolo e capacità di rappresentazione grafica dei dati forniti; la risoluzione non prevede calcolo con i radicali.

G2. Qual è l'equazione della retta rappresentata in figura?



- A $y = -\frac{1}{2}x + 1$
- B $y = -2x + 1$
- C $y = -\frac{1}{2}x + 2$
- D $y = \frac{1}{2}x + 1$

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Geometria	<i>Parole chiave:</i> Coordinate – Retta
<i>Risposta corretta:</i> (A)	<i>Nome del file:</i> Tn144
<i>Precedenti somministrazioni:</i> nessuna.	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II superiore (scientifico-tecnico), oppure a cavallo ginnasio/liceo (indirizzo classico) sia in forma aperta che chiusa

Focus: in forma chiusa il quesito riguarda la capacità di lettura della figura e di individuare su di essa elementi come il coefficiente angolare e l'ordinata all'origine

Variazioni proposte al quesito:

G2-1. In forma aperta è somministrabile a partire da una classe terza (scientifico-tecnico), oppure II liceo classico.

Focus G2-1. In questo caso il focus si sposta sulla verifica della conoscenza concreta da parte dello studente di formule per scrivere l'equazione della retta passante per i due punti diverse da quella normale (equazione segmentaria, equazione della retta per due punti).

G3. Qual è l'area del triangolo individuato nel piano cartesiano dall'asse delle x , dall'asse delle y e dalla retta di equazione $y = 3x - 2$?

- A $\frac{2}{3}$
- B $\frac{3}{4}$
- C $\frac{3}{2}$
- D $\frac{4}{3}$

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Geometria	<i>Parole chiave:</i> coordinate-equazione della retta
<i>Risposta corretta:</i> (A)	<i>Nome del file:</i> Tn214
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 10/9/2008; esito medio (54,89% di risposte corrette su un campione di 13116 soggetti)	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II superiore (scientifico/tecnico) oppure I liceo classico

Focus: intersezioni di una retta con gli assi, eventualmente mediante rappresentazione grafica della retta; area del triangolo.

Variazioni proposte al quesito:

Una variazione che rende il quesito più adatto a partire da una classe terza superiore/I liceo classico è questa generalizzazione, in forma aperta:

G3-1. Considera il triangolo formato dalla retta $y = 3x - 2$ con le bisettrici di I e III e II e IV quadrante. Qual è la sua area?

Focus G3-1: la generalizzazione prevede una conoscenza più approfondita della geometria analitica; in caso di fallimento si può ritornare al caso base.

G4. La retta di equazione $y = 2 - 3x$ incontra gli assi cartesiani in due punti A e B. Quanto misura il segmento AB?

- A $\frac{2}{3}\sqrt{10}$
- B $2\sqrt{\frac{2}{3}}$
- C $\frac{1}{2}\sqrt{5}$
- D $\frac{1}{3}\sqrt{17}$

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Geometria	<i>Parole chiave:</i> Equazione della retta- coordinate- Pitagora
<i>Risposta corretta:</i> (A)	<i>Nome del file:</i> Tn438
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione dell'8/9/2009; esito medio. Quesito 22 simulazione online	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II superiore (scientifico/tecnico) sia in forma aperta che chiusa oppure II liceo classico.

Focus: Il quesito prevede la capacità di applicazione del teorema di Pitagora con l'utilizzo dei radicali.

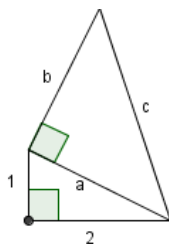
Variazioni proposte al quesito:

Per proporre il quesito anche in una prima superiore (scientifico/tecnico), basta eliminare il calcolo con i radicali. Ad esempio

G4-1. La retta di equazione $4x + 3y = 12$ incontra gli assi cartesiani in due punti A e B. Quanto misura il segmento AB?

Focus G4.1 : Resta invariato; può però essere utilizzato per una risoluzione di tipo più intuitivo.

G5. In figura sono rappresentati due triangoli rettangoli dei cui lati viene indicata la lunghezza. Sapendo che $a = b$, indica quanto vale c . (I quadratini identificano gli angoli retti)



- A $\sqrt{6}$
- B $2\sqrt{5}$
- C $\sqrt{10}$
- D $2\sqrt{3}$

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Geometria	<i>Parole chiave:</i> Pitagora
<i>Risposta corretta:</i> (C)	<i>Nome del file:</i> Tn216
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 10/9/2008; esito medio buono (60,92% di risposte corrette su un campione di 13116 soggetti)	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II superiore sia di indirizzo scientifico/tecnico che classico.

Focus: teorema di Pitagora

Variazioni proposte al quesito:

La richiesta di questo quesito è abbastanza simile, anche se molto semplificata, a quella del quesito Tn148 (precedente G1). Senza variare il focus, si può dare il quesito in forma generalizzata con tutti i dati sono in forma letterale.

G6. Un solido è costituito da due cubi sovrapposti, in modo che due facce dei cubi coincidano. Se lo spigolo di ciascun cubo misura 1, qual è la massima lunghezza possibile di un segmento che unisce due punti S?

- A $2\sqrt{2}$
- B $2\sqrt{3}$
- C $\sqrt{5}$
- D $\sqrt{6}$

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Geometria	<i>Parole chiave:</i> Figure nello spazio – Visualizzazione – Pitagora
<i>Risposta corretta:</i> (D)	<i>Nome del file:</i> Tn419
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione dell'8/9/2009. Esito pressoché disastroso. Quesito 15 simulazione online	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla I superiore (scientifico/tecnico) oppure III liceo classico.

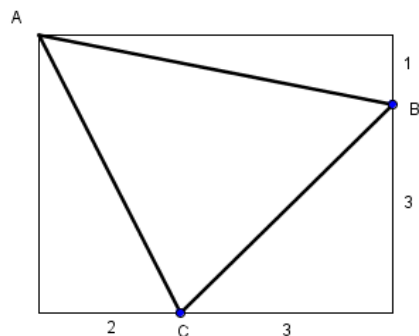
Focus: Testare la capacità di visualizzazione spaziale. Misura di segmenti

Variazioni proposte al quesito:

G6-1. Si può indicare la misura dello spigolo del cubo con la lettera a .

Focus G6-1: inalterato.

G7. In figura è rappresentato un triangolo ABC i cui vertici sono sui lati di un rettangolo. In riferimento alle misure indicate nella figura, qual è l'area del triangolo ABC?



- A 8
- B 8,5
- C 9
- D 9,5

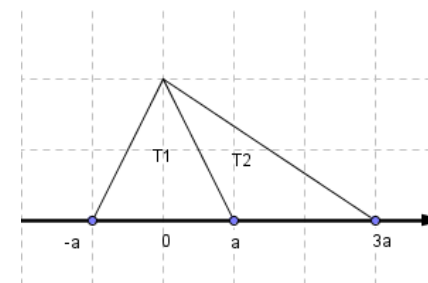
Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Geometria	<i>Parole chiave:</i> Figure piane – Area
<i>Risposta corretta:</i> (C)	<i>Nome del file:</i> Tn444
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione dell'8/9/2009. Esito medio. Quesito 23 simulazione online.	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla I superiore sia di indirizzo tecnico/scientifico che classico
Focus: capacità di un approccio intuitivo alla risoluzione (area rettangolo - area dei triangoli).
Variazioni proposte al quesito: nessuna

G8. Dati i due triangoli T1 e T2 in figura:



- A I due triangoli hanno la stessa area
- B T2 ha un'area più grande di T1
- C Non si può dire quale triangolo ha area maggiore, dipende dal valore di a
- D T1 ha un'area più grande di T2

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Geometria	<i>Parole chiave:</i> Area – Misura di segmenti
<i>Risposta corretta:</i> (A)	<i>Nome del file:</i> Enrico08-mod
<i>Precedenti somministrazioni:</i> nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II superiore (scientifico o tecnico) oppure I liceo classico.
Focus: Sapere operare con segmenti orientati ed evincere dalla figura l'equivalenza di triangoli.
Variazioni proposte al quesito: nessuna

G9. In un triangolo prendo i punti medi dei lati e considero un secondo triangolo che ha questi punti come vertici. Il rapporto fra l'area del secondo triangolo e l'area del triangolo iniziale:

- A è $\frac{1}{3}$
- B è $\frac{1}{4}$
- C è $\frac{1}{2}$
- D dipende dal triangolo che si considera

Classificazione del quesito

Argomento: Geometria	Parole chiave: Triangoli simili – Area
Risposta corretta: (B)	Nome del file: Tn403
Precedenti somministrazioni: test di selezione dell'8/9/2009; esito medio. Quesito 20 simulazione online	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II superiore (scientifico/tecnico) oppure fine I liceo classico
Focus: Il quesito richiede la conoscenza delle conseguenze del teorema del fascio di rette parallele relativamente ai triangoli. Può essere risolto senza l'uso della similitudine.

Variazioni proposte al quesito:

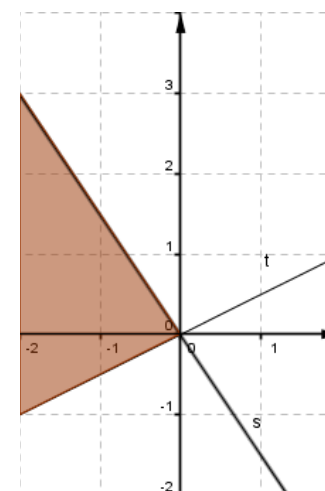
G9-1. Si considerino due triangoli simili, il primo dei quali ha un lato doppio del corrispondente nell'altro triangolo. Il rapporto fra l'area del secondo e l'area del primo triangolo:

- A è $\frac{1}{3}$
- B è $\frac{1}{4}$
- C è $\frac{1}{2}$
- D dipende dal triangolo che si considera

Focus G9-1 : in questo caso è richiesta la conoscenza della similitudine e il teorema che riguarda il rapporto tra aree di triangoli simili.

G10. Siano **s** e **t** le rette di equazione $y = -\frac{3}{2}x$ e $y = \frac{1}{2}x$ rispettivamente.

Quale dei seguenti sistemi descrive il sottoinsieme del piano evidenziato in figura?



- A $\begin{cases} y \geq -\frac{3}{2}x \\ y \leq \frac{1}{2}x \end{cases}$
- B $\begin{cases} y \leq -\frac{3}{2}x \\ y \leq \frac{1}{2}x \end{cases}$
- C $\begin{cases} y \geq -\frac{3}{2}x \\ y \geq \frac{1}{2}x \end{cases}$
- D $\begin{cases} y \leq -\frac{3}{2}x \\ y \geq \frac{1}{2}x \end{cases}$

Classificazione del quesito

Argomento: Geometria – Algebra	Parole chiave: Coordinate-retta – Sistemi di disequazioni
Risposta corretta: (D)	Nome del file: Tn149
Precedenti somministrazioni: nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla III superiore (scientifico/tecnico) sia in forma aperta che chiusa oppure II liceo classico.

Focus: capacità di lettura e interpretazione grafica di disequazioni in due variabili come rappresentazione analitica di domini piani.

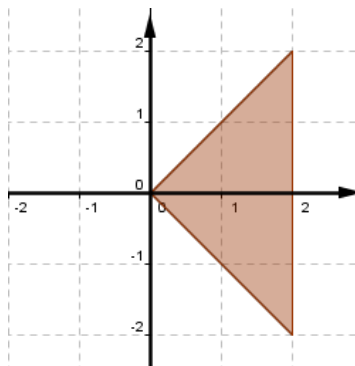
Variazioni proposte al quesito:

Il quesito può essere assegnato in forma aperta variando il testo come segue:

G10-1. Siano **s** e **t** le rette di equazione $y = -\frac{3}{2}x$ e $y = \frac{1}{2}x$ rispettivamente. Trova un sistema di disequazioni che descriva il sottoinsieme del piano evidenziato in figura.

Focus G10-1: La richiesta di costruire il sistema permette di verificare in modo più fine la comprensione del rapporto algebra – geometria .

G11. Una sola delle seguenti condizioni è vera per ogni punto (x,y) del triangolo evidenziato in figura. Quale?



- A $x \leq 1$
- B $y \geq 0$
- C $y \geq x$
- D $y \geq -x$

Classificazione del quesito

Argomento: Geometria	Parole chiave: coordinate
Risposta corretta: (D)	Nome del file: Tn217
Precedenti somministrazioni: test di selezione del 10/9/2008; esito medio (51,88% di risposte corrette su un campione di 13116 soggetti)	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II superiore (scientifico/tecnico) oppure I liceo classico.

Focus: in forma chiusa il focus è sulla lettura dall'immagine delle proprietà dei punti della figura geometrica.

Variazioni proposte al quesito:

Tutte le variazioni che seguono rendono i quesiti più appropriati alla terza scientifico/tecnico oppure a una seconda liceo classico e spostano il focus sulla capacità di interpretare le disequazioni in due variabili come rappresentazione analitica di domini piani.

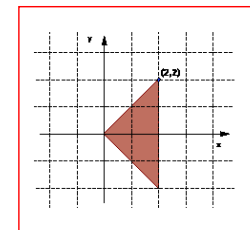
Enunciati alternativi potrebbero essere i seguenti:

Forma aperta:

G11-1. Disegna le rette di equazione $y = x$, $y = -x$, $x = 2$. Descrivi con un sistema di disequazioni il triangolo da esse delimitato.

G11-2. Disegna nel piano i punti di coordinate $(2,2)$ e $(2,-2)$. Descrivi con un sistema di disequazioni il triangolo che ha per vertici tali punti e l'origine del sistema di riferimento.

G11-3. Le rette tratteggiate in figura sono ciascuna parallela ad uno dei due assi cartesiani e la



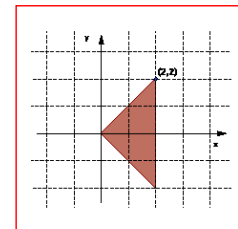
distanza tra due di esse parallele e consecutive è costante (cioè la figura mostra un piano quadrettato). Descrivi con un sistema di disequazioni il sottoinsieme del piano evidenziato.

Forma chiusa:

G11-4. Quale dei seguenti sistemi di disequazioni descrive il triangolo che ha per vertici l'origine del sistema di riferimento e i punti di coordinate $(2,2)$ e $(2,-2)$?

- A) $\begin{cases} x+y \leq 0 \\ x-y \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$
- B) $\begin{cases} x \geq y \\ x+y \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$
- C) $\begin{cases} x \leq y \\ x+y \geq 0 \\ x = 2 \end{cases}$
- D) $\begin{cases} x-y = 0 \\ x+y = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

G11-5. Le rette tratteggiate in figura sono ciascuna parallela ad uno dei due assi cartesiani e la



distanza tra due di esse parallele e consecutive è costante (cioè la figura mostra un piano quadrettato).

Quale dei seguenti sistemi di disequazioni descrive il sottoinsieme del piano evidenziato?

- A) $\begin{cases} x+y \leq 0 \\ x-y \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$
- B) $\begin{cases} x \geq y \\ x+y \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$
- C) $\begin{cases} x \leq y \\ x+y \geq 0 \\ x = 2 \end{cases}$
- D) $\begin{cases} x-y = 0 \\ x+y = 0 \\ x = 2 \end{cases}$

Focus: tutti i quesiti alternativi, sia in forma aperta che chiusa, verificano il sapere operare sia con le rette sia con le coordinate cartesiane. Inoltre evidenziano la capacità interpretativa del testo, nonché la lettura delle figure in termini di domini piani. La presenza di figure dovrebbe facilitare.

Presentazione generale

I quesiti raccolti provengono tutti da test nazionali resi pubblici o perché test di selezione o perché test di esempio preliminari a test di selezione.

Si propone di somministrarli nella forma originale (*salvo dove sono state evidenziate imprecisioni di testo*) e solo in seconda battuta (ad esempio se si ha la possibilità di lavorare in parallelo con più classi oppure in fase di discussione e approfondimento diagnostico) di provare variazioni.

Nella scelta della cinquina da proporre si consiglia di tener conto della difficoltà evidenziata dalle precedenti somministrazioni e di comporre un test ragionevolmente equilibrato.

I cinque quesiti scelti per una classe, privati di tutti i commenti e le variazioni attualmente presenti e intestate una per una con

COGNOME ... NOME ... Classe ... Sezione ...,

comporranno il materiale da fornire a ciascuno studente.

Il docente può rinumerare i quesiti scelti (e permutare l'ordine delle risposte se lo ritiene opportuno) purché restituisca poi gli esiti con la numerazione indicata in questo fascicolo.

Si consiglia di utilizzare la parte che in queste schede va sotto il nome di Osservazioni del docente sperimentatore per prendere appunti:

- prima della somministrazione del test (valutazione dei quesiti, scelta in funzione delle classi ecc.)
- in fase di svolgimento (ad es. numero di presenti o numero di risposte di un certo tipo, desumibile dalle griglie consegnate dopo 20 minuti dagli studenti)
- alla fine (considerazioni varie, eventualmente anche dopo la discussione in classe).

Questi appunti andranno poi riportati nell'apposito questionario di osservazioni e valutazione dei quesiti e restituiti al gruppo di lavoro, possibilmente “poco dopo” la discussione con gli studenti (per rendere disponibili gli esiti dell'esperienza a chi affronta dopo lo stesso set di domande).

Si prega di compilare in modo “completo” le osservazioni relative ai cinque quesiti scelti e di riportare per altri i motivi di non scelta.

Presentazione di “Logica e Combinatoria”

Il set di quesiti di “Logica e Combinatoria” contiene nell'ordine:

- 4 quesiti su deduzione di proposizioni o proposizioni equivalenti;
- 2 + 1 quesiti su negazione di proposizioni;
- 1 quesito su coerenza di affermazioni;
- 3 quesiti di combinatoria
- 3 quesiti di probabilità.

L1. Dati gli insiemi A, B, C, sapendo che $A \subseteq B$ e $A \subseteq C$, allora si può certamente affermare che

A $A \supseteq B \cap C$

B $A \subseteq B \cap C$

C $B \subseteq A \cap C$

D $C \supseteq A \cup B$

Classificazione del quesito

Argomento: Logica	Parole chiave: Insiemi – Deduzione
Risposta corretta: (B)	Nome del file: Tn111
Precedenti somministrazioni: nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla prima Liceo Scientifico (o equivalenti) se sono state riprese le nozioni di base sugli insiemi.

Focus: a parte sottolineare la necessità di conoscere la terminologia elementare degli insiemi, il quesito è focalizzato sull'avverbio “certamente”, cioè senza fare assunzioni diverse da quelle fornite dal quesito.

Non è però detto che la risposta corretta certifichi la padronanza del concetto di deduzione, né che quella errata sia legata ad un errore logico e non ad un errore semantico.

È quindi indispensabile chiedere una giustificazione dettagliata e discutere in classe il quesito.

Variazioni proposte al quesito:

Non è possibile porlo in forma aperta; si possono eventualmente dare opzioni diverse.

L2. In una libreria ci sono diversi scaffali con libri di fisica e di biologia. Negli scaffali dove ci sono almeno due libri ce ne è almeno uno di biologia. Allora è vero che

- A se in uno scaffale c'è un solo libro, questo è di biologia
- B uno scaffale che contiene tre libri ne ha sempre due di fisica
- C in uno scaffale che contiene due libri potrebbero non esserci libri di fisica
- D il numero dei libri di fisica in uno scaffale è sempre inferiore o pari al numero di libri di biologia

Classificazione del quesito

Argomento: Logica	Parole chiave: Deduzione
Risposta corretta: (C)	Nome del file: Enrico01
Precedenti somministrazioni: nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla terza Liceo Scientifico (o equivalenti)

Focus: sul significato di “vero”. Unica difficoltà del quesito è comprendere e rappresentare la situazione descritta nel testo e in ogni risposta; può essere fuorviante il fatto la risposta corretta è una deduzione solo nel senso del linguaggio naturale, come si vede anche dalla formulazione: “potrebbero non esserci”. La formalizzazione:

{se ci sono due libri allora almeno uno è di biologia} ⇒ {se ci sono due libri almeno uno è di fisica} evidenzia la banalità della deduzione.

Variazioni proposte al quesito:

Non può essere dato in forma aperta non essendoci richiesto di dedurre, ma di stabilire quale tra quattro affermazioni può essere dedotta può aprire il problema non garantendo che la risposta corretta sia una sola.

L3. Tre amici, Antonio, Bruno e Corrado, sono incerti se andare al cinema. Si sa che:

- se Corrado va al cinema, allora ci va anche Antonio;
- condizione necessaria perché Antonio vada al cinema è che ci vada Bruno.

Il giorno successivo possiamo affermare con certezza che:

- A se Corrado è andato al cinema, allora ci è andato anche Bruno
- B nessuno dei tre amici è andato al cinema
- C se Bruno è andato al cinema, allora ci è andato anche Corrado
- D se Corrado non è andato al cinema, allora non ci è andato nemmeno Bruno

Classificazione del quesito

Argomento: Logica	Parole chiave: deduzione – condizione necessaria
Risposta corretta: (A)	Nome del file: Ber007
Precedenti somministrazioni: test di selezione del 10/9/2008; esito mediamente infelice (38,31% di risposte corrette su un campione di 13116 soggetti).	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla terza Liceo Scientifico (o equivalenti)

Focus: sulla locuzione “condizione necessaria perché”, ma anche sull’equivalenza di una proposizione con la sua contronominale (le risposte C e D). Questa osservazione potrebbe facilitare la soluzione del quesito anche in assenza di una chiara comprensione della locuzione C. N.

Variazioni proposte al quesito:

Nella maggior parte dei casi la locuzione “condizione necessaria perché” non è nota o è usata nel significato di ... “condizione sufficiente”, cioè la seconda condizione è interpretata come “se ci va Bruno allora ci va Antonio” invece che “se non ci va Bruno non ci va neppure Antonio”. Si può verificare (ad esempio per confronto su classi in parallelo) se il quesito presenta una difficoltà significativamente minore riformulandolo così:

L3-1. Tre amici, Antonio, Bruno e Corrado, sono incerti se andare al cinema. Si sa che:

- se Corrado va al cinema, allora ci va anche Antonio;
- perché Antonio vada al cinema è necessario che ci vada anche Bruno.

Il giorno successivo possiamo affermare con certezza che:

- A se Corrado è andato al cinema, allora ci è andato anche Bruno
- B nessuno dei tre amici è andato al cinema
- C se Bruno è andato al cinema, allora ci è andato anche Corrado
- D se Corrado non è andato al cinema, allora non ci è andato nemmeno Bruno

Se serve, durante il successivo lavoro in classe, si possono proporre le due formulazioni che seguono per controllare se la difficoltà è legata alla dissimmetria del modo di presentare le due condizioni o all’uso di un linguaggio non familiare e discuterne l’equivalenza con la formulazione iniziale.

L3-2. Tre amici, Antonio, Bruno e Corrado, sono incerti se andare al cinema. Si sa che:

- perché Antonio vada al cinema, è sufficiente che ci vada Corrado;
- perché Antonio vada al cinema è necessario che ci vada anche Bruno.

Il giorno successivo possiamo affermare con certezza che:

- A se Corrado è andato al cinema, allora ci è andato anche Bruno
- B nessuno dei tre amici è andato al cinema

- C se Bruno è andato al cinema, allora ci è andato anche Corrado
- D se Corrado non è andato al cinema, allora non ci è andato nemmeno Bruno

L3-3. Tre amici, Antonio, Bruno e Corrado, sono incerti se andare al cinema. Si sa che:

- se Corrado va al cinema, allora ci va anche Antonio;
- se Bruno non va al cinema, allora non ci va neppure Antonio.

Il giorno successivo possiamo affermare con certezza che:

- A se Corrado è andato al cinema, allora ci è andato anche Bruno
- B nessuno dei tre amici è andato al cinema
- C se Bruno è andato al cinema, allora ci è andato anche Corrado
- D se Corrado non è andato al cinema, allora non ci è andato nemmeno Bruno

Infine, per difficoltà, si può verificare se l'equivalenza tra le due condizioni C e D aiuta a indovinare la risposta corretta proponendo questa versione del quesito:

L3-4. Tre amici, Antonio, Bruno e Corrado, sono incerti se andare al cinema. Si sa che:

- se Corrado va al cinema, allora ci va anche Antonio;
- condizione necessaria perché Antonio vada al cinema è che ci vada Bruno.

Il giorno successivo possiamo affermare con certezza che:

- A se Corrado è andato al cinema, allora ci è andato anche Bruno
- B se Antonio è andato al cinema, allora ci è andato anche Corrado
- C se Antonio non è andato al cinema, allora non ci è andato nemmeno Bruno
- D se Corrado non è andato al cinema, allora non ci è andato nemmeno Bruno

L4. Si consideri la frase:

In un dato campione di pazienti, chi ha fatto uso di droghe pesanti ha utilizzato anche droghe leggere.

Quale delle seguenti affermazioni relative ai pazienti del campione si può dedurre da essa?

- A Chi ha fatto uso di droghe leggere ha utilizzato anche droghe pesanti
- B Chi non ha fatto uso di droghe leggere non ha utilizzato droghe pesanti
- C Chi non ha fatto uso di droghe pesanti non ha utilizzato droghe leggere
- D Chi non ha fatto uso di droghe leggere ha utilizzato droghe pesanti

Classificazione del quesito

Argomento: Logica	Parole chiave: proposizioni equivalenti
Risposta corretta: (B)	Nome del file: Tn225
Precedenti somministrazioni: test di selezione del 10/9/2008; esito mediamente buono (57% di risposte corrette su un campione di 13116 soggetti, gli stessi che hanno risposto male a L3).	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla quarta Liceo Scientifico (o equivalenti) o anche prima se è stata dedicata qualche attenzione ai modelli di ragionamento (l'argomento potrebbe anche essere stato trattato in filosofia) o se si ha in programma di farlo (in questo caso può servire a comprendere quanto sia "naturale" per i ragazzi utilizzare tali modelli).

Focus: contronominale, contraria, inversa.

Variazioni proposte al quesito: nessuna

L5. Se non è vero che tutti i cittadini italiani nati il 1° gennaio 1950 hanno almeno un capello bianco, allora quale tra le seguenti affermazioni è vera?

- A Tutti i cittadini italiani nati il 1° gennaio 1950 hanno almeno un capello nero
- B Tutti i cittadini italiani nati il 1° gennaio 1950 che non hanno i capelli neri sono calvi
- C Almeno un cittadino italiano nato il 1° gennaio 1950 non ha capelli bianchi
- D Almeno un cittadino italiano nato il 1° gennaio 1950 ha almeno un capello nero

Classificazione del quesito

Argomento: Logica	Parole chiave: Negazione
Risposta corretta: (C)	Nome del file: Tn423
Precedenti somministrazioni: test di selezione dell'8/9/2009; esito decisamente buono. Quesito 18 simulazione online	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla quarta Liceo Scientifico o comunque dalla classe in cui si introduce la logica come strumento di riflessione sui teoremi.

Focus: la negazione di "tutti" e di "almeno 1" e il concetto di verità in logica.

Variazioni proposte al quesito

Il quesito ha un'aria un po' artificiale perché costruito per contenere entrambe le negazioni. Questo non sembra aver dato fastidio al campione – peraltro abbastanza ampio – di studenti cui è stato proposto. Altri quesiti di "negazione" hanno invece dato esiti decisamente negativi anche in popolazioni "selezionate". Per capire se la difficoltà nasce da come viene proposto il testo, si propone di variare il testo del quesito come segue:

L5-1. Se la frase

"tutti i cittadini italiani nati il 1° gennaio 1950 hanno almeno un capello bianco" fosse FALSA, allora ne seguirebbe logicamente che

- A Tutti i cittadini italiani nati il 1° gennaio 1950 hanno almeno un capello nero
- B Tutti i cittadini italiani nati il 1° gennaio 1950 che non hanno i capelli neri sono calvi
- C Almeno un cittadino italiano nato il 1° gennaio 1950 non ha capelli bianchi
- D Almeno un cittadino italiano nato il 1° gennaio 1950 ha almeno un capello nero

oppure:

L5-2a. Qual è la negazione della frase

"tutti i cittadini italiani nati il 1° gennaio 1950 hanno almeno un capello bianco"?

- A Tutti i cittadini italiani nati il 1° gennaio 1950 hanno almeno un capello nero
- B Tutti i cittadini italiani nati il 1° gennaio 1950 che non hanno i capelli neri sono calvi
- C Almeno un cittadino italiano nato il 1° gennaio 1950 non ha capelli bianchi
- D Almeno un cittadino italiano nato il 1° gennaio 1950 ha almeno un capello nero

L5-2b. Qual è la negazione della frase

"tutti i cittadini italiani nati il 1° gennaio 1950 hanno almeno un capello bianco"?

- A Tutti i cittadini italiani nati il 1° gennaio 1950 hanno almeno un capello nero
- B Nessun cittadino italiano nato il 1° gennaio 1950 ha almeno un capello bianco
- C Almeno un cittadino italiano nato il 1° gennaio 1950 non ha capelli bianchi
- D Almeno un cittadino italiano nato il 1° gennaio 1950 ha almeno un capello nero

Focus: in L5-1 il testo è solo espresso in modo più formale (vedi anche L6); in L5-2a, si sposta l'accento sul concetto di negazione, ma con le risposte in campo è possibile che non ci siano problemi. Invece in L5-2b l'accento è esplicitamente sul concetto di negazione ed il distruttore B è stato cambiato per testare se lo studente lo possiede pienamente.

Osservazione. Il testo di L5-2 può anche essere assegnato aperto.

L6. Se la frase “tutti i direttori d’orchestra sanno suonare il piano o il violino” fosse FALSA, allora ne seguirebbe logicamente che:

- A nessun direttore d’orchestra sa suonare né il piano né il violino
- B c’è almeno un direttore d’orchestra che non sa suonare né il piano né il violino
- C alcuni pianisti non sono direttori d’orchestra
- D nessun violinista è direttore d’orchestra

Classificazione del quesito

Argomento: Logica	Parole chiave: Negazione
Risposta corretta: (B)	Nome del file: To008b
Precedenti somministrazioni: nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla terza Liceo Scientifico o equivalenti

Focus: Negazione di “tutti” e dell’alternativa “o”.

Variazioni proposte al quesito

Analogamente a quanto fatto nel quesito L5 si può rendere più o meno formale il quesito:

L6-1. Qual è la negazione della frase

“tutti i direttori d’orchestra sanno suonare il piano o il violino”?

L6-2. Se non è vero che tutti i direttori d’orchestra sanno suonare il piano o il violino, quale delle seguenti affermazioni è vera?

riportando le risposte indicate sopra o, per L6-1 lasciando aperto il quesito, o ancora riportando un altro set di risposte:

L6bis. o L6-1bis. o L6-2bis. – a seconda del testo scelto

- A nessun direttore d’orchestra sa suonare né il piano né il violino
- B c’è almeno un direttore d’orchestra che non sa suonare né il piano né il violino
- C nessun direttore d’orchestra sa suonare sia il piano sia il violino
- D tutti i direttori d’orchestra non sanno suonare il piano o il violino

Osservazione. Questo set di risposte ne contiene due logicamente equivalenti (C e D: basta negarle per accorgersene) ma con una sfumatura linguistica differente. A proposito di negazione della frase C si può anche assegnare il quesito completamente diverso, se non per il contesto:

L6-3. Qual è la negazione della frase

“nessun direttore d’orchestra sa suonare sia il piano sia il violino”?

- A almeno un direttore d’orchestra non sa suonare né il piano né il violino
- B tutti i direttori d’orchestra sanno suonare sia il piano sia il violino
- C tutti i direttori d’orchestra sanno suonare un solo strumento fra piano e violino
- D almeno un direttore d’orchestra sa suonare sia il piano sia il violino

Classificazione del quesito

Argomento: Logica	Parole chiave: Negazione
Risposta corretta: (D)	Nome del file: = = =

Focus: Negazione di “nessuno” in presenza della richiesta congiunta “sia ... sia”.

L7. Aldo, Bruno, Carlo e Dario fanno una gara di corsa fra loro, al termine della quale rilasciano le seguenti dichiarazioni.

- Aldo: “Non sono arrivato né primo, né ultimo.”
- Bruno: “Non sono arrivato ultimo.”
- Carlo: “Sono arrivato primo.”
- Dario: “Sono arrivato ultimo.”

Sapendo che uno e uno soltanto dei quattro ha mentito, chi ha vinto la gara?

- A Aldo
- B Bruno
- C Carlo
- D Dario

Classificazione del quesito

Argomento: Logica – Modellizzazione	Parole chiave: coerenza
Risposta corretta: (B)	Nome del file:
Precedenti somministrazioni: test di selezione dell’8/9/2009 nella sezione Matematica e Problemi. Quesito 6 simulazione online nella sezione Matematica e Problemi	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla prima.

Focus: costruzione di un buon modello. Non servono tabelle di verità! la tabella

1	2	3	4
	A	A	
B	B	B	
C			
			D

(che ad ogni posizione associa i possibili occupanti in base alle risposte da essi fornite) evidenzia che D – essendo l’unico che asserisce di essere arrivato ultimo – non può mentire a meno che anche un altro menta; dei tre restanti C mente poiché in caso contrario tutti avrebbero detto la verità (potendo tanto A che B occupare le restanti posizioni) e quindi il vincitore è B visto che è l’unico che non mente e può occupare la posizione 1.

Variazioni proposte al quesito: nessuna

C1. Utilizzando solo i caratteri “0” e “1”, quante sequenze diverse di 5 caratteri si possono scrivere?

- A 50
- B 10
- C 25
- D 32

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Combinatoria e Probabilità	<i>Parole chiave:</i> Combinatoria
<i>Risposta corretta:</i> (D)	<i>Nome del file:</i> Tn139
<i>Precedenti somministrazioni:</i> nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla prima.

Osservazione: questo è un esercizio preparatorio alla combinatoria. È interessante capire quale strategia viene usata da chi vede il problema per la prima volta e quindi è fondamentale raccogliere le giustificazioni date (anche alle risposte errate) e discuterle in classe.

Focus: Trovare una strategia per il conteggio degli elementi di un insieme

Variazioni proposte al quesito:

Può essere interessante giocare su sequenze più lunghe e meno controllabili a mano (ad esempio di 15 elementi). A parte quella corretta vanno tenute le risposte usualmente più gettonate, $2n$ o n^2 ; si può anche fornire la risposta in termini di intervalli. Ad esempio

C1-1. Utilizzando solo i caratteri “0” e “1”, quante sequenze diverse di 15 caratteri si possono scrivere?

- A 30
- B 225
- C 3120
- D 32768

oppure

C1-2. Sia N il numero di sequenze diverse di 15 caratteri che si possono scrivere utilizzando solo i caratteri “0” e “1”. Allora

- A $10 < N < 100$
- B $100 < N < 1000$
- C $1000 < N < 10000$
- D $10000 < N < 100000$

C2. Si considerino tutti gli anagrammi della parola ‘FUNGHI’, ovvero tutte le parole che si ottengono permutando le sei lettere. Tra esse, quante sono le parole che *non* cominciano per ‘F’?

- A 360
- B 600
- C 720
- D 120

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Combinatoria e Probabilità	<i>Parole chiave:</i> Combinatoria
<i>Risposta corretta:</i> (B)	<i>Nome del file:</i> Tn414
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione dell'8/9/2009; esito disastroso. Quesito 9 simulazione online	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla prima.

Focus: sulla circoscrizione del problema. Lo studente che applica le formule in base alle parole (isolate) che trova nel testo, se ha sentito parlare di permutazioni dà in automatico la risposta C.

Variazioni proposte al quesito: si può darlo in forma aperta. Si consiglia, se non si è mai parlato di permutazioni, di verificare che la classe abbia chiaro il significato della parola permutare.

C3. Il codice per aprire un lucchetto è costituito da una sequenza di quattro cifre (da 0 a 9). Ho dimenticato il codice, ma mi ricordo che le cifre sono tutte distinte e che tra le prime tre cifre ci sono sicuramente i numeri 6 e 9. Quante sequenze di quattro numeri dovrei provare per essere certo di aprire il lucchetto?

- A 100
- B 118
- C 336
- D 600

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Combinatoria e Probabilità	<i>Parole chiave:</i> Combinatoria
<i>Risposta corretta:</i> (C)	<i>Nome del file:</i>
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 10/9/2008 sezione di Matematica e Problemi.	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla terza.

Focus: costruzione di un modello non immediatamente riconducibile a modelli combinatori standard (8 possibilità di scelta per la quarta cifra, 7 possibilità per l'altra casella libera che può essere in 3 posizioni diverse, 2 possibilità di scambio per 6 e 9).

Variazioni proposte al quesito: si può darlo in forma aperta.

C4. La probabilità che, lanciando due dadi a 6 facce, si ottenga come somma 3 è

- A 1/3
- B 1/12
- C 1/18
- D 1/36

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Combinatoria e Probabilità	<i>Parole chiave:</i> probabilità
<i>Risposta corretta:</i> (C)	<i>Nome del file:</i> Enrico07
<i>Precedenti somministrazioni:</i> nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla prima.

Focus: conteggio degli elementi con determinate proprietà all'interno di un insieme in rapporto al numero degli elementi dell'insieme.

Osservazione: questo è un esercizio preparatorio alla probabilità, anzi è di fatto solo un problema di conteggio. È interessante capire quale strategia viene usata da chi vede il problema per la prima volta e quindi è fondamentale raccogliere le giustificazioni date (anche alle risposte errate) e discuterle in classe. Alternativamente

Variazioni proposte al quesito: si può assegnarlo in forma aperta.

C5. Due sacchetti contengono ciascuno i numeri 1, 2, 3, 4, 5. Si estrae un numero da ciascun sacchetto. Qual è la probabilità che i due numeri siano entrambi dispari?

- A 6/25
- B 3/5
- C 4/5
- D 9/25

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Combinatoria e Probabilità	<i>Parole chiave:</i> Probabilità
<i>Risposta corretta:</i> (D)	<i>Nome del file:</i> Tn218
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 10/9/2008; esito medio – basso (46,16% di risposte corrette su un campione di 13116 soggetti)	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla prima

Focus: conteggio. Con numeri così piccoli i conti si fanno su un modello.

Variazioni proposte al quesito: si può dare in forma aperta. Si possono anche dare due sacchetti con più numeri e con una legge di estrazione diversa come nell'esempio che segue. Il rischio è che l'errore si annidi nell'aritmetica invece che nella combinatoria.

C5-1. Due sacchetti contengono ciascuno i numeri da 1 a 100 compresi. Si estrae un numero da ciascun sacchetto. Qual è la probabilità che i due numeri siano entrambi multipli di 3?

- A 6,6%
- B 33%
- C 11,11%
- D 10,89%

C6. Mario lancia quattro volte una moneta non truccata. Qual è la probabilità che esca testa in almeno tre lanci?

- A 5/16
- B 1/8
- C 1/4
- D 9/16

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Combinatoria e Probabilità	<i>Parole chiave:</i> Probabilità
<i>Risposta corretta:</i> (A)	<i>Nome del file:</i>
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 8/9/2009 nella sezione Matematica e Problemi. Quesito 7 simulazione online nella sezione Matematica e Problemi.	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla terza per quanto evidenziato nel focus.

Focus: sulla parola almeno e sulla costruzione di un modello corrispondente.

Variazioni proposte al quesito: si può dare in forma aperta.

Presentazione generale

I quesiti raccolti provengono tutti da test nazionali resi pubblici o perché test di selezione o perché test di esempio preliminari a test di selezione.

Si propone di somministrarli nella forma originale (*salvo dove sono state evidenziate imprecisioni di testo*) e solo in seconda battuta (ad esempio se si ha la possibilità di lavorare in parallelo con più classi oppure in fase di discussione e approfondimento diagnostico) di provare variazioni.

Nella scelta della cinquina da proporre si consiglia di tener conto della difficoltà evidenziata dalle precedenti somministrazioni e di comporre un test ragionevolmente equilibrato.

I cinque quesiti scelti per una classe, privati di tutti i commenti e le variazioni attualmente presenti e intestate una per una con

COGNOME ... NOME ... Classe ... Sezione ...,

comporranno il materiale da fornire a ciascuno studente.

Il docente può rinumerare i quesiti scelti (e permutare l'ordine delle risposte se lo ritiene opportuno) purché restituisca poi gli esiti con la numerazione indicata in questo fascicolo.

Si consiglia di utilizzare la parte che in queste schede va sotto il nome di Osservazioni del docente sperimentatore per prendere appunti:

- prima della somministrazione del test (valutazione dei quesiti, scelta in funzione delle classi ecc.)
- in fase di svolgimento (ad es. numero di presenti o numero di risposte di un certo tipo, desumibile dalle griglie consegnate dopo 20 minuti dagli studenti)
- alla fine (considerazioni varie, eventualmente anche dopo la discussione in classe).

Questi appunti andranno poi riportati nell'apposito questionario di osservazioni e valutazione dei quesiti e restituiti al gruppo di lavoro, possibilmente “poco dopo” la discussione con gli studenti (per rendere disponibili gli esiti dell'esperienza a chi affronta dopo lo stesso set di domande).

Si prega di compilare in modo “completo” le osservazioni relative ai cinque quesiti scelti e di riportare per altri i motivi di non scelta.

Presentazione di “Modellizzazione”

Il set di quesiti di “Modellizzazione” contiene nell'ordine:

- 3 problemi sulle percentuali;
- 3 su lettura di grafici e tabelle ed elaborazione dei dati in esse contenuti;
- 3 problemi che coinvolgono ragionamento proporzionale;
- 2 problemi di mini-max;
- 2 quesiti sulla traduzione del linguaggio naturale in linguaggio formale;
- 2 problemi di spessore molto diverso, il cui focus è la comprensione del testo;
- 2 problemi di insiemistica.

Quesiti denotati con lo stesso numero e l'eventuale postilla “bis” sono abbastanza simili e possono essere scelti in alternativa o anche essere utilizzati per un lavoro di chiarimento con la classe o con gruppi di studenti che mostrino necessità di rielaborare dopo la discussione in classe.

M1. Il prezzo di un biglietto del treno è p , ma acquistandolo online lo paghi il 30% in meno. Un biglietto aereo costa $2p$ e il risparmio sull'acquisto online è del 15%. Se compri online entrambi i biglietti, quanto risparmi complessivamente in percentuale?

- A 25%
- B 15%
- C 20%
- D 22,5%

Classificazione del quesito

Argomento: Modellizzazione	Parole chiave: Comprensione – Percentuale – Problema
Risposta corretta: (C)	Nome del file: Tn136
Precedenti somministrazioni: nessuna. Quindi è opportuno testarlo il più possibile.	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla I

Focus: in forma chiusa è sulla scelta di una risposta plausibile

Variazioni proposte al quesito:

Si suggerisce di presentarlo in qualche classe in forma aperta per controllare quanto la presenza delle risposte influenzi la correttezza dello svolgimento.

In tal caso il focus è sulla modalità di svolgimento; il metodo più elementare e proficuo è di porre $p = 100$; il problema è stabilire se lo studente ha capito che il metodo è del tutto generale, stante il fatto che si chiede un ragionamento proporzionale.

M2. Dato un rettangolo, si aumenta la sua base del 40% e si diminuisce l'altezza del 50%. Allora di quanto diminuisce in percentuale l'area del rettangolo iniziale?

- A del 25%
- B del 30%
- C del 35%
- D del 40%

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Modellizzazione – Geometria	<i>Parole chiave:</i> Percentuali – Problema
<i>Risposta corretta:</i> (B)	<i>Nome del file:</i> Tn436
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione dell'8/9/2009; esito equilibrato. Quesito 21 simulazione online.	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla terza, eventualmente in forma aperta

Focus: comprensione del testo e traduzione in equazione (o altra strategia risolutiva).

Variazioni proposte al quesito:

A parte la possibilità di darlo in forma aperta, una variante è data dal quesito successivo. Se si decide di sperimentare le due versioni in classi parallele, o su differenti gruppi di una stessa classe e l'esito è sensibilmente diverso, si deve registrare dal resoconto dei ragazzi che cosa rende un quesito più difficile dell'altro.

M2bis. Le misure dei lati di un rettangolo vengono ridotte del 20%. Di quanto diminuisce in percentuale l'area del rettangolo?

- A 40%
- B 36%
- C 64%
- D 20%

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Modellizzazione – Numeri	<i>Parole chiave:</i> Percentuali – Problema
<i>Risposta corretta:</i> (B)	<i>Nome del file:</i> Tn203
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 10/9/2008; esito pressoché disastroso (32% di risposte corrette su un campione di 13116 soggetti), che forse deriva da una lettura del testo poco accurata e alla presenza del distrattore complementare (C).	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla III eventualmente in forma aperta

Focus: comprensione della richiesta

Variazioni proposte al quesito:

può essere assegnato in forma aperta; in entrambi i casi si deve attribuire molta importanza allo svolgimento, per separare la difficoltà nell'impostare il modello dalla inadeguatezza della lettura.

M3. Agli studenti di un corso di laurea triennale è stato chiesto di indicare quante lingue straniere sono in grado di comprendere. I risultati dell'indagine sono riportati nella tabella seguente.

	Nessuna	Una	Due o più
1° anno	45	51	10
2° anno	41	47	6
3° anno	31	58	11

Nel complesso degli studenti del primo e secondo anno, qual è la percentuale di quelli che comprendono almeno una lingua straniera?

- A 61%
- B 38%
- C 49%
- D 57%

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Modellizzazione	<i>Parole chiave:</i> Rappresentazione – Percentuali
<i>Risposta corretta:</i> (D)	<i>Nome del file:</i> Tn138
<i>Precedenti somministrazioni:</i> nessuna.	

Suggerimento di utilizzo

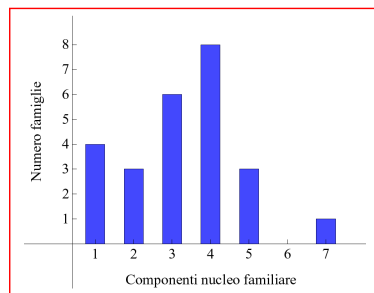
Classi in cui somministrarlo: dalla III

Focus: comprensione del termine “almeno” e capacità di leggere il testo in maniera completa (la richiesta riguarda solo il primo biennio); il distrattore 49% testimonia la non comprensione del termine “almeno”, mentre il distrattore 61% testimonia la lettura affrettata

Variazioni proposte al quesito:

Si può dare in forma aperta o, in alternativa, si può proporre il quesito successivo, che non richiede una lettura particolarmente attenta del testo ma chiede di decifrare preliminarmente un grafico.

M3bis. In un'intervista è stato chiesto a 25 adulti di indicare il numero di componenti del proprio nucleo familiare. I dati raccolti sono rappresentati nell'istogramma in figura.



Qual è la percentuale di famiglie composte da almeno quattro persone?

- A 64%
- B 52%
- C 48%
- D 32%

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Modellizzazione	<i>Parole chiave:</i> Rappresentazione dati – Percentuali – Comprensione
<i>Risposta corretta:</i> (C)	<i>Nome del file:</i> Tn108
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 10/9/2008; esito mediamente infelice (37,2% di risposte corrette su un campione di 13793 soggetti). Quesito 24 simulazione online.	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla III

Focus: comprensione del termine “almeno”

Variazioni proposte al quesito:

Potendo operare un confronto tra più classi sarebbe interessante vedere se il quesito diventa più facile o più difficile sostituendo “almeno” con “non meno di”.

M4. L'allenatore di una squadra di calcio ha sintetizzato nella tabella che segue i risultati della propria squadra nell'ultima stagione. In ogni riga, a destra è riportato in quante partite è stato segnato il numero di gol indicato a sinistra.

Numero gol	Numero partite
0	8
1	11
2	15
3	1
4	1

Sia M il numero medio di gol segnati in una partita. Allora vale:

- A $1,1 < M < 1,2$
- B $1,2 < M < 1,3$
- C $1,3 < M < 1,4$
- D $1,4 < M < 1,5$

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Modellizzazione – Numeri	<i>Parole chiave:</i> Comprensione – Media aritmetica
<i>Risposta corretta:</i> (C)	<i>Nome del file:</i> Tn411
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione dell'8/9/2009; esito disastroso. Quesito 10 simulazione online	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla I

Focus: in forma chiusa il focus è sulla capacità di individuare (o indovinare) l'intervallo in cui cade un decimale illimitato (ovvero su un problema di approssimazione) oltre che sul calcolo della media.

Variazioni proposte al quesito:

In forma aperta, o comunque facendo giustificare la risposta, il focus si sposta sulla comprensione della nozione di media pesata.

M5. L'indice di massa corporea BMI (Body Mass Index) di un individuo è il rapporto fra il peso, espresso in kg, e il quadrato dell'altezza, espressa in metri. Io peso 80 kg e ho un BMI uguale a 30. Inoltre so che se dimagrisco di N kg, allora il mio BMI si ridurrebbe a 24. Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- A $13 < N \leq 15$
- B $15 < N \leq 17$
- C $17 < N \leq 19$
- D $19 < N \leq 21$

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Modellizzazione	<i>Parole chiave:</i> Relazioni-formule-linguaggio – Comprensione – Equazioni
<i>Risposta corretta:</i> (B)	<i>Nome del file:</i> Tn405
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 8/9/2009; esito che denota qualche difficoltà. Quesito 2 simulazione online.	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla III, eventualmente in forma aperta, che può risultare più facile.

Focus: comprensione della richiesta.

Variazioni proposte al quesito:

Ponendolo in forma aperta, conviene porre la domanda nel modo più naturale:

“di quanti kg dovrei dimagrire se volessi che il mio BMI si riducesse a 24?”

che lascia liberi di condurre un ragionamento naturale (senza uso di equazioni) del tipo: moltiplicando $8/3=80/30$, quadrato della mia altezza, per 24 ottengo 64 e quindi devo perdere 16 kg.

M6. La dose consigliata di un certo medicinale è di 30 gocce al giorno, che corrispondono a 3 milligrammi di principio attivo. Sapendo che la concentrazione del principio attivo è di 2,5 milligrammi per millilitro, qual è il volume di una goccia?

- A 0,04 millilitri
- B 0,06 millilitri
- C 0,12 millilitri
- D 0,25 millilitri

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Modellizzazione – Numeri	<i>Parole chiave:</i> Comprensione – Numeri decimali
<i>Risposta corretta:</i> (A)	<i>Nome del file:</i> Tn412
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 8/9/2009; esito quasi disastroso. Quesito 8 simulazione online	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla IV poiché i termini principio attivo e concentrazione potrebbero altrimenti non essere noti a tutti

Focus: sia in forma chiusa che aperta il focus è su un doppio ragionamento proporzionale (10 gocce contengono 1mg di principio attivo e quindi 1 ml contiene 25 gocce)

Variazioni proposte al quesito:

Darlo in forma aperta, eventualmente chiedendo:

“quante gocce sono contenute in un millilitro?”

che è una richiesta facilitata ma meno intrigante (quella originale ha del gioco di prestigio).

M7. Se quattro operatori allestiscono in laboratorio nove colture cellulari in venti minuti, quanti operatori sarebbero teoricamente necessari per allestire novanta colture cellulari in 100 minuti?

- A 40
- B 4
- C 8
- D 16

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Modellizzazione	<i>Parole chiave:</i> Problema
<i>Risposta corretta:</i> (C)	<i>Nome del file:</i> Enrico04-mod
<i>Precedenti somministrazioni:</i> nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla I

Focus: ragionamento proporzionale

Variazioni proposte al quesito:

si può dare in forma aperta o cambiare la contestualizzazione. È un gioco piuttosto noto.

M8. Un club esclusivo di appassionati di automobili d’epoca può avere per statuto al più 11 membri. Inoltre ogni membro deve avere un numero dispari di tali automobili, non superiore a 31, e due membri non possono avere lo stesso numero di auto. Qual è il massimo numero di automobili che possono avere complessivamente i membri del club?

- A 211
- B 231
- C 201
- D 251

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Modellizzazione	<i>Parole chiave:</i> Comprensione
<i>Risposta corretta:</i> (B)	<i>Nome del file:</i> Tn407
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione dell’8/9/2009; esito discretamente buono, anche se la formulazione suona un po’ artificiosa, di lettura difficile ed interpretazione laboriosa. Supponiamo che la risposta corretta abbia catturato l’attenzione per l’assonanza con il numero massimo di auto. Quesito 4 simulazione online.	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla III

Focus: comprensione della allocuzione “al più” e del concetto di massimo.

Variazioni proposte al quesito:

Per i motivi sopra descritti si propone di riformulare il quesito come segue:

Il mio gruppo di arrampicata è frequentato da al più 11 persone; oggi ognuno dei presenti ha portato un numero dispari di cordini, ma nessuno ne ha più di 25 e non ci sono due persone che ne hanno lo stesso numero. Qual è il massimo numero di cordini che potremmo avere a disposizione?

- A) 125
- B) 165 [*]
- C) 205
- D) 220

M9. Si vuole riempire completamente un parallelepipedo a base quadrata di lato 30 cm ed altezza 50 cm con dei cubi indeformabili uguali. Qual è il minimo numero di tali cubetti?

- A 15
- B 45
- C 75
- D 150

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Modellizzazione – Geometria	<i>Parole chiave:</i> Spazio – Visualizzazione
<i>Risposta corretta:</i> (B)	<i>Nome del file:</i> Tn208
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 10/9/2008; esito mediamente infelice (35,8% di risposte corrette su un campione di 13116 soggetti)	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla IV liceo scientifico

Focus: sulla visualizzazione degli oggetti, ma anche sul concetto di minimo e quindi sulla lettura accurata del testo.

Variazioni proposte al quesito:

Si può dare in forma aperta. Se sembra “banale” dare un quesito che si risolve usando cubetti di lato 10 cm, si possono dare misure che abbiano un diverso massimo comun divisore; ad esempio “base quadrata di lato 21 cm e altezza 35 cm”

Le soluzioni non cambiano.

M10. “La superficie del lago di Garda supera di 12 km^2 il doppio della superficie complessiva dei laghi d’Iseo e di Bolsena.”

Se indichiamo con G, I e B le superfici in km^2 dei laghi di Garda, d’Iseo e di Bolsena, quale delle seguenti uguaglianze formalizza l’affermazione precedente?

- A $G + 12 = 2(I + B)$
- B $G = 2(12 + I + B)$
- C $G = 12 + 2(I + B)$
- D $G + 24 = I + B$

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Modellizzazione	<i>Parole chiave:</i> Relazioni-formule-linguaggio – Comprensione
<i>Risposta corretta:</i> (C)	<i>Nome del file:</i> Tn161
<i>Precedenti somministrazioni:</i> nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla II

Focus: traduzione di formule in linguaggio naturale (si può partire dalle risposte!).

Variazioni proposte al quesito:

In forma aperta, per testare la capacità di passare dal linguaggio naturale a quello formale

M10bis. Una ditta di elettrodomestici ha venduto in un anno 2000 forni a microonde di un certo modello, al prezzo di 100 euro l’uno. È stato stimato che, se nell’anno successivo il prezzo di vendita di quel modello aumenterà di x euro, allora il numero di forni venduti in un anno diminuirà di $30x$. Quale delle seguenti funzioni $I(x)$ descrive l’incasso annuo della ditta al variare dell’aumento x ?

- A $I(x) = 100 \cdot (2000 - 30x)$
- B $I(x) = (2000 + 30x) \cdot (100 + x)$
- C $I(x) = (100 + x) \cdot (2000 - 30x)$
- D $I(x) = (2000 - 30x) \cdot 100x$

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Modellizzazione	<i>Parole chiave:</i> Relazioni-formule-linguaggio – Comprensione
<i>Risposta corretta:</i> (C)	<i>Nome del file:</i> Tn041
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 10/9/2008; esito buono (77% di risposte corrette su un campione di 13793 individui)	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla III o anche prima

Focus: attenzione al testo

Variazioni proposte al quesito:

Si può dare in forma aperta. Inoltre, pare non preciso dire:

“allora il numero di forni venduti in un anno”;

forse meglio:

“allora il numero di forni venduti in quell’anno”.

M11. Tre amici hanno contribuito alle spese di un viaggio in questo modo: Chiara ha speso 350 euro, Sonia 300 euro e Luciano 550 euro. Affinché il costo del viaggio sia distribuito equamente tra i tre, quanti soldi Chiara e Sonia devono dare a Luciano?

- A Chiara 50 euro, Sonia 100 euro
- B Chiara 200 euro, Sonia 250 euro
- C Chiara 100 euro, Sonia 125 euro
- D Chiara 25 euro, Sonia 75 euro

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Modellizzazione	<i>Parole chiave:</i> Problema
<i>Risposta corretta:</i> (A)	<i>Nome del file:</i> Tn038
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 10/9/2008; esito buono (78% di risposte corrette su un campione di 13793 individui) ... ma è un quesito da scuola primaria!	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla I

Focus: attenzione al testo

Variazioni proposte al quesito:

Si può porre in forma aperta.

M12. Si dice che dei numeri a_1, a_2, a_3 sono in progressione geometrica se c'è un numero k tale che $a_3 = ka_2$ e $a_2 = ka_1$. Fra le seguenti terne di numeri ce n'è una ed una sola formata da numeri in progressione geometrica.

♣: 1/4, 1/3, 4/15 ♦: 1/2, 3/4, 9/16 ♥: 1/3, 1/5, 3/25 ♠: 1/5, 2/15, 3/20

Quale?

- A La terna ♣
- B La terna ♦
- C La terna ♥
- D La terna ♠

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Modellizzazione – Numeri	<i>Parole chiave:</i> Comprensione – Frazioni
<i>Risposta corretta:</i> (C)	<i>Nome del file:</i> Tn409
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione 8/9/2009; esito che denota qualche difficoltà. Quesito 7 simulazione online.	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla fine della I

Focus: comprensione della definizione

Variazioni proposte al quesito:

Si può dare in forma aperta

M13. L'intersezione di due insiemi ha almeno 6 elementi (cioè esistono almeno 6 elementi comuni ai due insiemi). Se ciascuno dei due insiemi ha 10 elementi, allora la loro unione ha

- A almeno 14 elementi
- B al minimo 16 elementi
- C esattamente 16 elementi
- D al più 14 elementi

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Modellizzazione	<i>Parole chiave:</i> Insiemi – Comprensione
<i>Risposta corretta:</i> (D)	<i>Nome del file:</i> Ber009
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 10/9/2008; esito mediamente infelice (33,1% di risposte corrette su un campione di 13793 soggetti)	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla I

Focus: comprensione delle allocuzioni “almeno”, “al minimo”, “esattamente”, “al più”

Variazioni proposte al quesito:

In forma aperta: può aiutare nel corso di una riflessione sulla formalizzazione del linguaggio

M14. In una classe ci sono 8 tifosi di calcio, che si dividono fra solo due squadre, l'Inter e la Roma, ciascuna con almeno un tifoso. Due studenti affermano che:

- L'Inter ha 3 tifosi
- La Roma ha 3 tifosi più dell'Inter

Sapendo che una delle precedenti affermazioni è vera e l'altra è falsa, si può concludere che il numero dei tifosi della Roma è

- A 3
- B 4
- C 5
- D 6

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Modellizzazione – Logica	<i>Parole chiave:</i> Relazioni-formule-linguaggio – Deduzione
<i>Risposta corretta:</i> (C)	<i>Nome del file:</i> Ber015
<i>Precedenti somministrazioni:</i> test di selezione del 10/9/2008; esito buono (79,4% di risposte corrette su un campione di 13793 individui)	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla IV

Focus: è fondamentale la giustificazione (indovinare la soluzione è facile). La seconda affermazione è falsa per motivi di parità, ma potrebbe essere erroneamente scartata perché usando insieme le due ipotesi si ha somma 9 e non 8.

Variazioni proposte al quesito:

Parlo in forma aperta.

Presentazione generale

I quesiti raccolti provengono tutti da test nazionali resi pubblici o perché test di selezione o perché test di esempio preliminari a test di selezione.

Si propone di somministrarli nella forma originale (*salvo dove sono state evidenziate imprecisioni di testo*) e solo in seconda battuta (ad esempio se si ha la possibilità di lavorare in parallelo con più classi oppure in fase di discussione e approfondimento diagnostico) di provare variazioni.

Nella scelta della cinquina da proporre si consiglia di tener conto della difficoltà evidenziata dalle precedenti somministrazioni e di comporre un test ragionevolmente equilibrato.

Il docente può rinumerare i quesiti scelti (e permutare l'ordine delle risposte se lo ritiene opportuno) purché restituisca poi gli esiti con la numerazione indicata in questo fascicolo.

I cinque quesiti scelti per una classe, privati di tutti i commenti e le variazioni attualmente presenti e intestate una per una con

COGNOME ... NOME ... Classe ... Sezione ... ,

comporranno il materiale da fornire a ciascuno studente.

Si consiglia di utilizzare la parte che in queste schede va sotto il nome di Osservazioni del docente sperimentatore per prendere appunti:

- prima della somministrazione del test (valutazione dei quesiti, scelta in funzione delle classi ecc.)
- in fase di svolgimento (ad es. numero di presenti o numero di risposte di un certo tipo, desumibile dalle griglie consegnate dopo 20 minuti dagli studenti)
- alla fine (considerazioni varie, eventualmente anche dopo la discussione in classe).

Questi appunti andranno poi riportati nell'apposito questionario di osservazioni e valutazione dei quesiti e restituiti al gruppo di lavoro, possibilmente "poco dopo" la discussione con gli studenti (per rendere disponibili gli esiti dell'esperienza a chi affronta dopo lo stesso set di domande).

Si prega di compilare in modo "completo" le osservazioni relative ai cinque quesiti scelti e di riportare per altri i motivi di non scelta.

Presentazione di "Numeri"

Il set di quesiti di "Numeri" contiene nell'ordine:

- 1 quesito sulla divisibilità;
- 3 quesiti sulle frazioni;
- 4 quesiti sulle potenze;
- 2 quesiti su confronti e stime;
- 2 quesiti sui logaritmi;
- 2 quesiti su percentuali e media aritmetica (che possono essere usati anche come quesiti di modellizzazione).

Altri quesiti di "Numeri" possono essere trovati in "Modellizzazione" (M2bis, M4, M6, M12) e possono essere scelti per questa sezione di prova.

N1. Sappiamo che H è un insieme di numeri interi positivi. Se in H non c'è alcun numero dispari, allora siamo certi che in H non c'è alcun numero che sia

- A un multiplo di 3
- B una potenza di 5
- C divisibile per 7 e per 11
- D il quadrato di un altro numero

Classificazione del quesito

Argomento: Numeri	Parole chiave: Divisibilità
Risposta corretta: (B)	Nome del file: Ber006
Precedenti somministrazioni: test di selezione del 10/9/2008. Esito medio – buono (63,1% di risposte corrette su un campione di 13116 soggetti).	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla prima

Focus: comprensione della terminologia; si tratta di cogliere la differenza tra l'essere multiplo e l'essere potenza.

Variazioni proposte al quesito: nessuna.

N2. Un'agenzia di viaggi adotta la seguente modalità di pagamento. Si paga 1/10 del costo totale al momento della prenotazione, i 2/3 del rimanente prima della partenza e il saldo al rientro dal viaggio. Quale frazione del costo totale si paga al rientro dal viaggio?

- A 7/10
- B 7/30
- C 25/30
- D 3/10

Classificazione del quesito

Argomento: Numeri – Modellizzazione	Parole chiave: Frazioni – Comprensione
Risposta corretta: (D)	Nome del file: Tn150
Precedenti somministrazioni: nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla fine della prima.

Focus: frazioni come operatori. Il quesito è elementare; può essere interessante verificare nella giustificazione se scelgono di seguire la traccia proposta dal quesito (sottrazione successiva di frazioni) o se vedono subito che possono lavorare sul complementare (quale frazione resta da pagare dopo ogni "rata"?).

Variazioni proposte al quesito: si può darlo in forma aperta.

N3. Qual è il valore della seguente espressione?

$$\frac{-\frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{-3 + \frac{3}{4}}$$

- A -1/6
- B 5/9
- C 45/16
- D -1/9

Classificazione del quesito

Argomento: Numeri	Parole chiave: Frazioni
Risposta corretta: (B)	Nome del file: Syllabus01
Precedenti somministrazioni: nessuna. Quesito 25 simulazione online	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla prima; l'unico rischio è che sospettino un tranello per l'eccesso di facilità.

Focus: attenzione ai segni e all'ordine di grandezza (con questi due accorgimenti si trova la risposta corretta senza fare i conti!).

L'esercizio è elementare per il tipo di frazioni coinvolte. I conti dovrebbero essere fatti a mente, senza porsi il problema del minimo comun denominatore e della semplificazione di frazioni, cui

sembra alludere il distrattore C: $\frac{-\frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{-3 + \frac{3}{4}} = \left(-\frac{5}{4}\right)\left(-\frac{9}{4}\right)$, così come il D alla trascrizione errata: $\frac{-\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{-3 + \frac{3}{4}}$.

Variazioni proposte al quesito:

Volendo inserire un errore che a livello algebrico si vede troppo spesso, si può modificare in -5/6 la risposta A, il che corrisponde a dividere ogni addendo al numeratore per il corrispondente al denominatore. Oppure si può complicare il tipo di frazioni, mantenendo la logica degli errori:

N3-1. Qual è il valore della seguente espressione?

$$\frac{-\frac{1}{5} - \frac{1}{7}}{-\frac{1}{30} + \frac{1}{35}}$$

- A 1
- B 72
- C 2/1225
- D 12

N4. L'espressione $\frac{-2^{-2}}{\frac{3}{4}}$ è uguale a

- A 1/3
- B 16/3
- C -1/3
- D -3/16

Classificazione del quesito

Argomento: Numeri	Parole chiave: Frazioni – Potenze
Risposta corretta: (C)	Nome del file: Tn037
Precedenti somministrazioni: test di selezione del 10/9/2008. Esito medio – basso (45,3% di risposte corrette su un campione di 13793 soggetti).	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla prima.

Focus: sulla potenza negativa e sulla corretta attribuzione del segno meno alla frazione (e non alla base della potenza). I distrattori A, B e D corrispondono rispettivamente:

- a un errore di lettura: $-2^{-2} = (-2)^{-2}$,
- a una semplificazione di segni indebita: $-2^{-2} = 2^2$
- a una semplificazione assurda di frazioni: $(-1/4)/(3/4) = (-1/4) \cdot (3/4)$

È il classico caso in cui le risposte sono parte integrante del quesito: in particolare le due risposte differenti solo per il segno sono un invito a riconsiderare la risposta ottenuta. Va spiegato (in fase di correzione!) che, proprio per questo, rispondere A invece di C è un errore di distrazione **non giustificabile**, che viene interpretato come difficoltà nel capire il senso della presenza/assenza di parentesi.

Variazioni proposte al quesito:

Si può assegnarlo in forma aperta ma in questo caso la distrazione sul segno è ... meno grave.

N5. L'espressione $\frac{4 \cdot 10^{-8}}{5 \cdot 10^{-3}}$ è uguale a

- A $8 \cdot 10^{-4}$
- B $8 \cdot 10^{-6}$
- C $8 \cdot 10^{-10}$
- D $8 \cdot 10^{-12}$

Classificazione del quesito

Argomento: Numeri	Parole chiave: Potenze
Risposta corretta: (B)	Nome del file: Tn137
Precedenti somministrazioni: nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla seconda.

Focus: potenze con esponente negativo. Scegliere a colpo d'occhio il corretto ordine di grandezza.

Variazioni proposte al quesito:

Si può dare in forma aperta, ma si perde il valore aggiunto legato alla scelta dell'ordine di grandezza, importante in termini di autocorrezione.

N6. Quanto vale il prodotto dei due numeri $1,7 \cdot 10^6$ e $1,3 \cdot 10^{-7}$?

- A 0,221
- B 22,1
- C 2,21
- D 0,0221

Classificazione del quesito

Argomento: Numeri	Parole chiave: Potenze – Numeri decimali
Risposta corretta: (A)	Nome del file: Tn420
Precedenti somministrazioni: test di selezione dell'8/9/2009 . Esito medio – buono. Quesito 16 simulazione online	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla prima.

Focus: capacità di valutare velocemente un ordine di grandezza, anche senza far conti, solo osservando che moltiplicando tra loro due numeri compresi tra 1 e 2 si ha un numero compreso tra 1 e 4 e quindi quale sia il valore del prodotto è ininfluente per trovare l'ordine di grandezza.

Variazioni proposte al quesito: nessuna.

N7. Scrivendo per esteso il numero decimale $17,3 \cdot 10^{-5}$, quale cifra si trova al quarto posto dopo la virgola?

- A 7
- B 0
- C 1
- D 3

Classificazione del quesito

Argomento: Numeri	Parole chiave: Numeri decimali – Potenze
Risposta corretta: (C)	Nome del file: Tn149b
Precedenti somministrazioni: nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla prima

Focus: scritture alternative dei decimali

Variazioni proposte al quesito: sarebbe forse meglio evitare che la risposta fosse 1 (risposta che attira sempre ...). Basta sostituire 1 con 2.

N8. Il numero $(\sqrt{3})^{10}$ è uguale a

- A $\sqrt{3^5}$
- B 3^5
- C $\sqrt[2]{3}$
- D $\sqrt[10]{3}$

Classificazione del quesito

Argomento: Numeri	Parole chiave: Potenze – Radici
Risposta corretta: (B)	Nome del file: Tn046
Precedenti somministrazioni: test di selezione del 10/9/20089 . Esito buono (73% di risposte corrette su un campione di 13793 soggetti). Quesito 5 simulazione online	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla seconda

Focus: radici lette come potenze con esponente razionale (almeno per studenti delle ultime classi).

Variazioni proposte al quesito: nessuna

N9. Quale dei seguenti numeri c verifica la condizione $3 < c < 4$?

- A $\frac{\sqrt{73}}{3}$
- B $\sqrt{13}+1$
- C $2\sqrt{7}$
- D $1+\sqrt[3]{9}$

Classificazione del quesito

Argomento: Numeri	Parole chiave: Confronti e stime – Radici
Risposta corretta: (D)	Nome del file: Tn147
Precedenti somministrazioni: nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla seconda

Focus: Ricerca di intervalli in cui cade un numero: può darsi che gli studenti non siano abituati a questo tipo di rappresentazione. Comunque serve solo fare stime grossolane, del tipo $73 < 81$ e

quindi $\frac{\sqrt{73}}{3} < 3$, oppure $13 > 9$ e quindi $\sqrt{13} + 1 > 4$, oppure $7 > 4$ e quindi $2\sqrt{7} > 4$. Allo stesso modo $8 < 9 < 27$ mostra che la risposta D è corretta.

Variazioni proposte al quesito: nessuna.

N10. Sono dati i numeri reali $a = 5\sqrt{10}$, $b = \sqrt{190}$, $c = 2\sqrt{51}$. Quale delle seguenti è vera?

- A $c < a < b$
- B $a < b < c$
- C $c < b < a$
- D $b < c < a$

Classificazione del quesito

Argomento: Numeri	Parole chiave: Confronti e stime – Radici
Risposta corretta: (D)	Nome del file: Tn039
Precedenti somministrazioni: test di selezione del 10/9/2008. Esito medio – buono (53,3% di risposte corrette su un campione di 13793 soggetti).	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla seconda.

Focus: Basta fare il confronto sui quadrati; quindi si richiede di saper calcolare il quadrato di un numero contenente radici quadrate.

Variazioni proposte al quesito: nessuna.

N11. Quanto vale $\log_3\left(\frac{1}{9}\right)$?

- A $\frac{1}{2}$
- B $\sqrt{2}$
- C -2
- D non esiste

Classificazione del quesito

Argomento: Numeri	Parole chiave: Logaritmi
Risposta corretta: (C)	Nome del file: Tn047
Precedenti somministrazioni: test di selezione del 10/9/2008. Esito medio – buono (61% di risposte corrette su un campione formato da 13793 individui).	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla terza Liceo Scientifico e analoghi o dalla seconda L. Classico.

Focus: definizione di logaritmo. Domanda elementare ma tecnica.

Variazioni proposte al quesito:

La domanda chiusa raccoglie in sé due schemi che possono essere sviluppati in singole domande aperte (peraltro classiche e banali):

- “Quanto vale $\log_3\left(\frac{1}{9}\right)$?”: valore della funzione logaritmo in un punto. Corrisponde a risolvere il quesito in forma chiusa applicando la definizione di logaritmo come esponente da dare alla base per ottenere l’argomento;
- “Per quali x reali $\log_3 x$ vale -2 ?”: valore dell’esponentiale 3^x in un punto, preimmagini del logaritmo, per mettere in evidenza che logaritmo è invertibile. Corrisponde a risolvere il quesito in forma chiusa a partire dalle risposte.

N12. Sia c la soluzione dell’equazione $\log_2(x + 1) = -2$.

Allora

- A $-\frac{3}{2} < c < -1$
- B $-1 < c < -\frac{1}{2}$
- C $-\frac{1}{2} < c < 0$
- D $0 < c < \frac{1}{2}$

Classificazione del quesito

Argomento: Numeri	Parole chiave: Logaritmo – Confronti e stime
Risposta corretta: (B)	Nome del file: Tn418
Precedenti somministrazioni: test di selezione dell’8/9/2009. Esito medio – basso. Quesito 14 simulazione online	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla terza Liceo Scientifico e analoghi o dalla seconda L. Classico.

Focus: definizione di logaritmo

Variazioni proposte al quesito: nessuna

N13. Uno studente universitario, dopo aver superato tre esami, ha la media di 28. Nell'esame successivo lo studente prende 20. Qual è la sua media dopo il quarto esame?

- A 26
- B 24
- C 22
- D I dati non sono sufficienti a determinare la risposta

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Numeri – Modellizzazione	<i>Parole chiave:</i> Media Aritmetica
<i>Risposta corretta:</i> (A)	<i>Nome del file:</i> Enrico05
<i>Precedenti somministrazioni:</i> nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla seconda (o come test iniziale basato sulle conoscenze della scuola secondaria inferiore).

Focus: definizione di media

Variazioni proposte al quesito: nessuna. La formulazione rende il quesito aperto.

N14. Il valore iniziale di una grandezza che a seguito dell'incremento del 20% ha assunto il valore di 30, era

- A 23
- B 24
- C 25
- D 26

Classificazione del quesito

<i>Argomento:</i> Numeri	<i>Parole chiave:</i> Percentuali
<i>Risposta corretta:</i> (C)	<i>Nome del file:</i> Enrico06
<i>Precedenti somministrazioni:</i> nessuna	

Suggerimento di utilizzo

Classi in cui somministrarlo: dalla fine primo anno (o come test iniziale basato sulle conoscenze della scuola secondaria inferiore).

Focus: processo inverso ... scorporo di un incremento percentuale.

Variazioni proposte al quesito: nessuna