Corso di Perfezionamento in “Tecniche e didattica laboratoriali”

RELAZIONE FINALE

“Le coniche con GeoGebra”

Docente di riferimento: Prof.ssa Emma Frigerio

Redaelli Silvia Maria

INDICE

INTRODUZIONE.. 3
RESOCONTO DELL’ATTIVITA’ SVOLTA 3
IL LABORATORIO “Le coniche con GeoGebra”... 5
L’esperienza didattica 8
Analisi delle schede di valutazione... 12
APPENDICE 1 - Le schede 15
APPENDICE 2 - Dati statistici 28

INTRODUZIONE

Questa relazione riguarda il lavoro svolto nell'ambito del Corso di Perfezionamento in Tecniche e didattica laboratoriali, dell'Università degli Studi di Milano.

Nell'ambito del Corso si sono seguiti i seguenti laboratori: "Le coniche con GeoGebra" della Prof.ssa Emma Frigerio, "Minicrittografia" del Prof. Ottavio Rizzo e "Cinema e scienza" della Prof.ssa Antonella Testa: le attività svolte nell'ambito di questi laboratori sono descritte nel primo capitolo. In particolare, si è approfondito il laboratorio "Le coniche con GeoGebra" della Prof.ssa Frigerio, di cui si relaziona nel secondo capitolo.

Nell'esercizio della professione di insegnante di Scuola Secondaria di II grado, ho constatato più volte che le nuove generazioni hanno difficoltà oggettive di concentrazione, di astrazione e di motivazione allo studio: la crescita in una società sempre più ricca di stimoli porta una dispersione di interessi ed energie, che provoca una maggior difficoltà da parte degli studenti a concentrarsi ed interessarsi, nonchè da parte degli insegnanti a motivare ed interessare a loro volta. Questo corso è stata l'occasione per riflettere su nuove strategie didattiche, imparare come proporre vecchi e nuovi argomenti, in modo diverso, ma rigoroso, per coinvolgere maggiormente gli studenti allo studio delle materie scientifiche, in particolare la matematica e la fisica.

RESOCONTO DELL'ATTIVITA' SVOLTA

Come già anticipato, tra tutti i laboratori proposti nell'ambito del Corso di Perfezionamento ho scelto i seguenti:

1. "Le coniche con GeoGebra"
2. "Minicrittografia"
3. "Cinema e scienza"

Conoscevo già il primo laboratorio nella sua versione con CABRI, avendo partecipato al Laboratorio Lauree Scientifiche nell'Anno Scolastico 2005/2006 durante il tirocinio della Scuola di Specializzazione per l'insegnamento nelle Scuole Secondarie (SILSIS) presso il Liceo Scientifico Statale Leonardo da Vinci: mi interessava approfondirlo e conoscerne la versione in GeoGebra, che ha il vantaggio di essere un software libero. Inoltre, in quest'anno scolastico, insegnavo matematica in ben due classi terze del Liceo Scientifico.

Il mio lavoro è consistito nella spiegazione delle schede da un lato e nell'attività didattica diretta dall'altro. Si sono prese le schede, che verranno descritte nel seguito, e si sono spiegate passo dopo passo: lo scopo del lavoro è quello di confezionare una guida per il docente, in modo da permettere a un qualunque docente di matematica di scuola superiore di spendere il laboratorio direttamente nelle sue classi, senza la necessità dell'aiuto di un docente universitario. Come attività didattica, ho collaborato allo svolgimento del laboratorio nel Liceo Scientifico Leonardo da Vinci e ho utilizzato alcune schede direttamente nelle mie classi.
Nel laboratorio di Minicrittografia, ho preparato del materiale utilizzato poi dal docente universitario nello svolgimento del laboratorio presso la classe 2^C del Liceo Scientifico Statale PNI, indirizzo informatico, di San Donato Milanese e ho partecipato come uditrice ed osservatrice del laboratorio. I ragazzi erano molto interessati e anche preparati all'argomento: la loro insegnante aveva già in parte svolto l'aritmetica modulare e i ragazzi conoscevano già il Codice di Cesare; il laboratorio si è svolto in parte con lezioni frontali da parte del docente universitario, Prof. Rizzo, e in parte con lavoro di gruppo. Penso che, oltre a vedere la crittografia sotto diversi aspetti e forme, dalle più semplici a quelle più complesse, i ragazzi abbiano apprezzato il confronto con un docente esterno, con "l'esperto", che trasmette il fascino della materia e che proietta quello che si studia sui banchi di scuola nella soluzione di problemi pratici della vita quotidiana e lavorativa.
Infine, il terzo laboratorio rappresentava l'occasione per nuove idee didattiche in fisica. Vedere associare nel titolo del laboratorio il cinema alla scienza, mi ha incuriosito: è stata l'occasione per raccogliere nuove idee. La difficoltà oggettiva nell'insegnamento della fisica è di far vedere e capire i fenomeni: purtroppo nelle due ore di cattedra di terza liceo scientifico tradizionale, non sempre si riesce a portare le classi in laboratorio e spesso non è facile interessare i ragazzi ad una disciplina a loro completamente nuova e non facile.
Con "Cinema e scienza" mi sono avvicinata alla storia del cinema scientifico e a un nuovo strumento didattico. L'audiovisivo è uno strumento didattico ampiamente utilizzato nelle materie letterario-umanistiche, studiato come linguaggio creativo proprio e utilizzato come strumento di approfondimento e di confronto su tematiche specifiche: non avevo finora pensato che si potesse utilizzare anche in fisica, come strumento didattico. Il corso è consistito in tre incontri frontali, in cui il docente universitario, Prof.ssa Testa, ci ha illustrato nelle sue linee essenziali la storia del cinema scientifico,

sia nella sua forma divulgativa che storiografica, e come si possa utilizzare anche il cinema commerciale a scopo didattico. Il cinema di fatto nasce come cinema scientifico, dal momento che i primi esperimenti di cinema e realizzazione di brevi filmati cinematografici trattavano proprio argomenti scientifici; poi, lo studio del cinema è diventato monopolio quasi esclusivo degli umanisti. Ora, il cosiddetto cinema scientifico consta di un proprio linguaggio specifico e si differenzia essenzialmente nel filone divulgativo, in cui i fenomeni scientifici vengono spiegati con linguaggio semplice e l'ausilio d'immagini, e nel filone biografico, in cui vengono raccontate le vite di famosi scienziati e le loro scoperte.

Successivamente, si è analizzato il contributo anche del cinema commerciale alla diffusione della cultura scientifica: per esempio, un film di successo come "Jurassic Park" ha determinato una curiosità verso l'ere geologiche, aiutando a diffondere conoscenze dapprima diffusamente ignorate.

Infine, il cinema commerciale può essere spunto di lezione: si possono analizzare delle sequenze di film contenenti determinati eventi fisici, domandandosi se sono consistenti o impossibili oppure si possono utilizzare dei film come spunto di riflessione ed analisi di argomenti scientifici che hanno ricadute socio-politiche di interesse comune. Nello specifico, ho analizzato il salto dell'autobus nel film "Speed", un cartone animato della serie "Willy il coyote" e il film "Sindrome cinese" sul problema delle centrali termonucleari.

IL LABORATORIO "Le coniche con GeoGebra"

Il laboratorio "Le coniche con GeoGebra" nasce nell'ambito del Progetto Lauree Scientifiche dell'Università degli Studi di Milano, ad opera della Prof.ssa Emma Frigerio, per promuovere una visione diversa e un approccio più "sperimentale" della matematica, per incrementare l'utilizzo del laboratorio di matematica come strumento didattico, per presentare le opportunità di un iter universitario scientifico.

Il laboratorio "Le coniche con GeoGebra" consiste in una serie di schede, in cui le coniche vengono analizzate da un punto di vista sintetico, a partire dalle loro proprietà puramente geometriche, con l'ausilio di un software dinamico quale GeoGebra. Esso si presenta come un'occasione di approfondimento nello studio delle coniche, delineando le proprietà puramente geometriche di queste curve, evidenziando le analogie e le proprietà comuni, nonchè le differenze tra di esse.

Può essere didatticamente proposto verso la fine di una III liceo scientifico, a conclusione del percorso sulle coniche, previsto dai programmi ministeriali, o all'inizio di una IV liceo scientifico, come ripasso, da un altro punto di vista, del programma dell'anno precedente.

In questi anni non sono mancate l'esperienze di utilizzo di questo laboratorio anche come strumento di recupero in altri corsi di studio, di cui si rimanda alla Relazione Finale VIII ciclo SILSIS – MI, "Le coniche in laboratorio: due esperienze a confronto" di Negri Michela.

Le aree tematiche sono essenzialmente le seguenti:

1. I Luoghi Geometrici
2. La Parabola e le tangenti ad essa
3. L'Ellisse e l'Iperbole

Il laboratorio si articola nel seguente modo:

Scheda 1	I LUOGHI GEOMETRICI
Scheda 2	I LUOGHI GEOMETRICI CON GEOGEBRA
Scheda 3	LA PARABOLA A
Scheda 4	LA PARABOLA B
Scheda 5	TANGENTE A UNA PARABOLA PARALLELA A UNA RETTA
Scheda 6	TANGENTI A UNA PARABOLA PER UN PUNTO
Scheda 7	L'ELLISSE
Scheda 8	L'IPERBOLE
Scheda 9 - A	PIEGANDO UN FOGLIETTO DI CARTA (Parabola)
Scheda 9 - B	PIEGANDO UN DISCO DI CARTA (Ellisse)
Scheda 9 - C	PIEGANDO UN FOGLIO DI CARTA (Iperbole)
Scheda 10	RIEPILOGANDO…

La prima parte è dedicata al concetto di luogo geometrico. Questo concetto viene spesso trascurato o addirittura ignorato dai libri di testo e, di conseguenza, anche nella didattica. Per gli studenti è un concetto difficile, perchè presuppone un'astrazione, un ragionamento e una visione più ampia della geometria; spesso gli studenti si fermano al particolare, alla definizione di una determinata curva senza approfondire il significato della definizione stessa: la definizione viene imparata a memoria, senza sviscerare il suo vero significato. Gli studenti fanno oltresì fatica a fare collegamenti tra le diverse definizioni all'interno della stessa disciplina ed ancor più tra discipline diverse (il concetto di luogo geometrico è, per esempio, utile per il concetto di traiettoria in fisica).

La scheda 1 riprende il concetto di luogo geometrico, come l'insieme di punti del piano che soddisfano una determinata proprietà geometrica. Si evidenzia la condizione necessaria e sufficiente affinchè un punto del piano appartenga ad un dato luogo, si richiede un linguaggio specifico ed appropriato, si mostra come un luogo può essere non solo una curva o una linea, come la circonferenza o la retta, ma anche una regione di piano, come un quadrante di un piano cartesiano o una corona circolare.

La scheda 2 accompagna lo studente, passo dopo passo, a costruire con GeoGebra il luogo geometrico dei baricentri dei triangoli inscritti in una circonferenza. La scheda permette di mettere a punto il concetto di luogo geometrico; sebbene non richieda alcuna dimostrazione geometrica, la scheda introduce allo stile di questo laboratorio: dedurre proprietà da particolari costruzioni geometriche, utilizzando dei ragionamenti e un linguaggio rigorosi.

La scheda 3 è divisa in due parti, una manuale, l'altra informatica. Nella prima parte si costruisce la parabola sulla base della definizione canonica, come l'insieme dei punti d'intersezione delle rette parallele alla direttrice e delle circonferenze di centro il fuoco, aventi rispettivamente distanza dalla direttrice e raggio uguali. Questa costruzione con riga e compasso si richiede venga tradotta poi in una costruzione su GeoGebra: gli studenti incontrano la difficoltà di tradurre la costruzione manuale, abbastanza semplice ed immediata, in quella dinamica propria di un software geometrico come GeoGebra.

La scheda 4 introduce la parabola come luogo geometrico dei punti d'intersezione tra la perpendicolare alla direttrice in un punto e l'asse del segmento congiungente tale punto e il fuoco: al variare del punto sulla direttrice, varia il punto sulla parabola. L'asse del segmento congiungente il fuoco e il punto sulla direttrice altro non è che la tangente alla parabola nel punto ottenuto.

Sulla base della costruzione della scheda 4, nelle schede successive, 5 e 6, si costruiscono le rette tangenti ad una parabola. Nella scheda 5, si costruisce la tangente alla parabola parallela ad una retta data; nella scheda 6, invece, si costruiscono le tangenti alla conica condotte da un punto esterno ad essa.

Nelle schede 7 e 8 si lavora rispettivamente sull'ellisse e sull'iperbole. Nella scheda 7 si costruisce l'ellisse: analogamente alla parabola, l'ellisse è il luogo geometrico dei punti d'intersezione tra il raggio della circonferenza di centro un fuoco e di raggio l'asse maggiore e l'asse del segmento congiungente il punto della circonferenza e l'altro fuoco; al variare del punto sulla circonferenza, che diventa la direttrice dell'ellisse, varia il punto sull'ellisse e l'asse tracciato altro non è che la tangente alla curva. Nella scheda 8, seguendo la stessa costruzione geometrica della scheda 7, gli studenti passano dall'ellisse all'iperbole semplicemente allontanando i fuochi: tenendo fisso l'asse, allontanando i fuochi l'asse dell'ellisse diventa l'asse reale dell'iperbole.

Infine, le schede 9 propongono una costruzione manuale delle tre curve (parabola, ellisse ed iperbole): piegando opportunamente un foglio di carta, si costruiscono le tangenti alla conica e dall'inviluppo di esse si scopre la conica desiderata. La scheda 10 non è altro che un riepilogo di tutte le costruzioni fatte.

Le schede sono state suddivise tra me e altri due colleghi partecipanti al Corso e sono state commentate e spiegate al fine di preparare delle schede fruibili direttamente da docenti di scuola superiore. In particolare, io mi sono occupata delle prime schede, sui luoghi geometrici, e della preparazione di esercizi aggiuntivi da proporre agli studenti a completamento del laboratorio. Le schede sono realizzabili da qualsiasi docente, ma non è così scontata la loro traduzione in GeoGebra, pertanto, perchè il laboratorio diventi un kit didattico distribuibile, è stato necessario descrivere la costruzione e, quindi, la soluzione passo dopo passo. Questa parte si riporta nell'APPENDICE 1.

L'esperienza didattica

L'esperienza didattica svolta ed analizzata in questa relazione è stata spesa in due modi e in due scuole diverse.

La prima esperienza si è realizzata presso il Liceo Scientifico Statale Leonardo da Vinci nella classe 3^ E tradizionale del Prof. Castelli, la seconda presso il Liceo Scientifico Statale A. Volta.

Le due esperienze si differenziano essenzialmente nel fatto che al Leonardo da Vinci il Laboratorio è stato proposto integralmente con una scansione di 2 ore per volta, mentre al Volta il laboratorio è stato utilizzato solo in parte, come sussidio didattico allo svolgimento del programma.

LSS LEONARDO DA VINCI

Presso la classe 3^E del Prof. Castelli, il laboratorio si è articolato in 3 incontri monosettimanali di 2 ore, nei giorni 26/04/2009, 29/04/2009 e 06/05/2009.

Le schede sono state proposte con la seguente scansione:

1° incontro: schede 1, 2 e 3;

2° incontro: schede 4, 5 e 6;

3° incontro: schede 7, 8, 9 e 10.

Nell'ultimo incontro la scheda 9 è stata distribuita ad alcuni gruppi della tipologia A, ad altri della tipologia B e ad altri ancora della tipologia C, in modo che ciascun gruppo scoprisse indipendentemente come ottenere una conica dalle sue tangenti, cioè piegando in modo opportuno un foglio di carta. Anche la scheda 10 è stata consegnata al termine della lezione e discussa insieme al docente universitario.

All'inizio del Laboratorio, la classe aveva quasi concluso il programma di geometria analitica, avendo quindi affrontato lo studio approfondito di tutte le coniche, esclusa l'iperbole di cui però conoscevano la definizione e le caratteristiche principali.

Il software GeoGebra era stato presentato dal docente, senza fare particolari esercizi.

Il laboratorio è stato realizzato alla presenza di tre docenti: il professore universitario, ideatore e realizzatore del Laboratorio, chi scrive come docente di supporto e il docente della classe.

La classe è stata suddivisa in gruppi di 2 persone ciascuno, assegnando loro un computer e distribuendo i gruppi in modo tale che ciascun gruppo fosse separato dall'altro e non si disturbasse a vicenda.

Nella conduzione del Laboratorio, si è voluto lasciare gli studenti sperimentare la matematica proposta: una volta consegnata la scheda, i ragazzi hanno lavorato da soli, senza l'intervento esterno di alcun docente presente. Il docente universitario ed io siamo intervenuti solamente su richiesta esplicita degli studenti e senza mai dare risposte dirette alle domande poste: a domanda si rispondeva con un'altra domanda in modo da condurre gli studenti a ragionare e a trovare la risposta da soli; il docente della classe è intervenuto il meno possibile, soprattutto nel primo incontro, intervenendo di più negli incontri successivi. Questo comportamento ha lasciato un po' perplessi i ragazzi, abituati a lezioni frontali in cui è compito del docente rispondere a tutte le domande e a tutti i quesiti che nascono nella risoluzione di un problema. All'inizio di ciascun incontro, il docente universitario faceva una breve introduzione: nel 1° incontro di presentazione generale del Laboratorio, in quelli successivi di ripresa veloce degli argomenti trattati nell'incontro precedente. Intenzionalmente, le spiegazioni non erano particolareggiate, ma essenziali sui concetti basilari: innanzitutto per non perdere troppo tempo, secondariamente per stimolare ulteriormente gli studenti.

Nella didattica tradizionale, è lasciato poco spazio alla creatività intellettuale dello studente, che quando viene lasciato a pensare da solo si sente inizialmente perso e disorientato: successivamente, una volta compreso lo stile del Laboratorio, gli studenti si sono messi in gioco e hanno ragionato provando, sbagliando e alla fine comprendendo la soluzione finale.

Le caratteristiche degli studenti si sono evidenziate anche durante il Laboratorio; chi è debole nella materia è più titubante ed insicuro, chi è bravo si stima di più, quindi anche se sbaglia, va avanti e accetta la sfida. Non sono mancate l'eccezioni: in alcuni ragionamenti, lo studente più debole ha visto la soluzione più semplice e più immediata di quella più complessa ed articolata cercata dallo studente più bravo.

Si è riscontrata una certa difficoltà alla formulazione rigorosa della dimostrazione: spesso l'intuizione del concetto, della proprietà o del teorema non trova un formulazione rigorosa e formale corretta, difficoltà comune a tutti gli studenti.

In generale, l'esperienza è stata apprezzata dagli studenti, come si rileva dall'analisi delle schede riportata nei paragrafi successivi, e rimane un percorso proponibile sia come esperienza strutturata e completa, scandita come in questo caso, o come esperienza proposta ed inserita nello svolgimento del programma come nel caso illustrato nel prossimo paragrafo.

LSS ALESSANDRO VOLTA

Al Liceo Scientifico Statale Alessandro Volta, il laboratorio “Le coniche con GeoGebra” è stato proposto in tre classi differenti, con tempi e modalità diverse.

Le classi coinvolte sono state le mie classi 3^C e 3^D e la classe 3^B della Prof.ssa Rossi. In tutt’e tre le classi, il software GeoGebra era stato già introdotto dalle docenti come strumento didattico d’ausilio allo svolgimento degli argomenti di geometria analitica, a partire dalla retta. Ciascuna esperienza di Laboratorio ha avuto la durata di 1 ora, non permettendo l’orario scolastico una soluzione diversa. Inoltre, il Laboratorio non è stato svolto completamente, ma solo in alcune delle sue parti, come verrà specificato nel seguito.

In 3^C e in 3^D, la prima scheda sul concetto di luogo geometrico è stata proposta direttamente in classe, come esercitazione, in cui ciascuno studente è stato invitato a lavorare da solo, pur se il confronto con il vicino di banco non è stato proibito e alcune indicazioni da parte mia sono state d’aiuto per completare il lavoro. L’ultima parte della lezione è stata dedicata a riprendere la scheda insieme, puntualizzare le intuizioni, confermare le risposte corrette, riflettere e correggere le risposte date.

La scelta didattica di separare le prime due schede è stata dettata dal voler presentare il Laboratorio come un modo diverso di lavorare in classe, sebbene sugli stessi argomenti curriculari, e non univocamente legato allo strumento informatico.

Le successive schede sono state proposte direttamente nel Laboratorio informatico della Scuola, con il seguente schema:

	3^C	3^D
Scheda n.2	06/03/2009	07/03/2009
Scheda n.3	09/03/2009	
Scheda n.4	17/03/2009	09/03/2009

Come si osserva dallo schema, in 3^D si è scelto di non proporre la scheda n.3, dopodichè l’esperienza laboratoriale si è conclusa dopo la scheda n.4 per motivi disciplinari; già problematica, la classe in laboratorio non è stata in grado di concentrarsi e lavorare opportunamente: i ragazzi si sono spesso arresi alla prima difficoltà, aspettandosi il mio aiuto e non mettendosi in gioco; la difficoltà maggiore è stata trovarmi da sola a gestire la classe in laboratorio: i ragazzi stessi hanno ammesso più tardi di aver sottovalutatol'opportunità offerta.

In 3^C si è lavorato più proficuamente: sono riuscita a proporre sia la scheda n.3 che la n.4, ma non sono riuscita ad andare oltre per la necessità di svolgere il programma.

In 3^B, invece, la docente Prof.ssa Rossi ha preferito saltare le prime 2 schede sui luoghi geometrici ed affrontare direttamente le schede sulla parabola. Nella prima ora si sono proposte sia la scheda n.3 che la n.4, ma si è lavorato soprattutto sulla n.4, lasciando svolgere la parte informatica della scheda n.3 come compito a casa. Nel secondo incontro, invece, si è lavorato sulle schede n.5 e n.6, in particolare sulla n.5 e lasciando la n.6 da completare a casa. Il lavoro in questa classe è stato più proficuo grazie alla presenza di due docenti in laboratorio: infatti, in queste due ore di laboratorio, ho affiancato la Prof.ssa Rossi, rendendo più efficace il lavoro di tutta la classe.

Desidero osservare che tutte le classi in cui è stato proposto il laboratorio sono di Liceo Scientifico Tradizionale, dove al 3° anno sono previste 3 ore curriculari di matematica e l'attività laboratoriale è ad esclusiva iniziativa ed interesse del docente: il laboratorio rappresenta un valido supporto didattico, che permette approfondimenti ed esercitazioni, che stimolano gli studenti, rappresentano una novità e una modalità di fare lezione alternativa che è spesso gradita dagli studenti; ciononostante la necessità di svolgere il programma incombe e implica determinate scelte didattiche.

Analisi delle schede di valutazione

Nell'anno scolastico 2008/09, il laboratorio è stato proposto dalla docente responsabile, Prof.ssa Emma Frigerio, in due licei scientifici: il Leonardo da Vinci di Milano e il Giambattista Vico di Corsico. Al termine dell'attività, si è chiesto a studenti ed insegnanti di compilare un questionario di valutazione dell'attività: si riportano di seguito i risultati di tali schede.

La classe del LSS Leonardo da Vinci era costituita da 21 studenti, di cui 11 maschi e 10 femmine; la classe 3^A del LSS G.B. Vico, invece, era costituita da 19 studenti, di cui 6 maschi e 13 femmine. Solo uno studente del G.B.Vico ha partecipato a meno del 50% del laboratorio, pertanto la valutazione è fatta sulla base di un'esperienza completa del laboratorio.

Si è distinto tra maschi e femmine, perchè dalle schede è emerso che i maschi del Leonardo da Vinci sono risultati i più critici ed esigenti, ma anche i più entusiasti del lavoro svolto.

Come si può osservare dai grafici riportati in APPENDICE 2, gli argomenti trattati dal laboratorio sono risultati interessanti (Figura 8 e Figura 9): solo un ragazzo del Leonardo da Vinci non li ritiene interessanti, ma è anche la stessa persona che ritiene decisamente impegnativa l'attività, a differenza di un suo compagno che non la ritiene affatto impegnativa (Figura 10 e Figura 11). Questo delinea un profilo particolare della classe, costituita da elementi motivati ed interessati (come si può vedere dal dato d'interesse alla matematica al di fuori della scuola), ma anche da persone in difficoltà.

La preparazione scolastica è stata ritenuta sufficiente per affrontare gli argomenti dell'attività (Figura 12 e Figura 13), a conferma del fatto che questo laboratorio s'inserisce bene nell'ambito del programma di geometria analitica di una terza liceo: qualche difficoltà è stata evidenziata solo da 5 persone del G.B.Vico. Anche la logistica riflette la situazione diversa delle due scuole (Figura 14 e Figura 15): al Vico il laboratorio d'informatica è sacrificato, mancando lo spazio per muoversi tra le diverse postazioni.

Gli studenti risultano più critici per quanto riguarda i materiali forniti (Figura 16 e Figura 17) e i docenti (Figura 18 e Figura 19). Le schede risultano formulate in un modo inusuale per i ragazzi, evidenziando le difficoltà nell'uso del linguaggio specifico della disciplina. I docenti sicuramente hanno disatteso le loro aspettative, per quanto riferito prima: i ragazzi si aspettano risposte pronte, non amano fare fatica, hanno timore di sbagliare, preferiscono risposte già confezionate.

Gli studenti risultano più negativi riguardo alla comprensione su che cosa sia la matematica (Figura 20 e Figura 21), ma questo non stupisce data la loro età ed inesperienza. Così come non stupisce l'ininfluenza del laboratorio sulla scelta degli studi futuri (Figura 22 e Figura 23): le facoltà di indirizzo scientifico non sono molto considerate dalla nostra società, per la loro difficoltà e complessità, quindi questo dato non fa altro che riflettere l'opinione comune.

Infine, nel complesso, gli studenti ritengono che valesse la pena partecipare al laboratorio, sebbene qualche giudizio negativo non manchi in entrambe le scuole.

Nei suggerimenti chiesti per migliorare l’attività, le osservazioni da parte degli studenti del Leonardo da Vinci sono le più diversificate, a conferma della conformazione della classe: una studentessa richiede più indicazioni per raggiungere la soluzione, confermando che in questa classe le ragazze hanno avuto più difficoltà ad affrontare le schede; un paio di ragazzi, invece, chiedono più libertà di pensiero, più spazio alla creatività del singolo studente, nonchè l’utilizzo della finestra algebra per vedere i numeri che ci sono dietro alle figure. Altri ancora ritengono due ore consecutive di lavoro troppo impegnative.

Al G.B. Vico, invece, i suggerimenti riflettono la stessa esigenza: maggiori suggerimenti e chiarimenti, nonchè difficoltà per la mancanza di parte del programma non ancora svolto. In questa scuola, la docente universitaria era da sola, coadiuvata solo dall’insegnante accogliente.

A conferma del profilo emerso, ben 8 studenti del Leonardo da Vinci dichiarano di interessarsi di matematica al di fuori del contesto scolastico contro solo 3 studenti del G. B. Vico.

Infine, in Figura 23 si riporta come vedono la matematica gli studenti dei due licei milanesi; solo i ragazzi del Leonardo da Vinci si lanciano nel definire altro come ad esempio: la matematica “è qualcosa che va molto al di là di noi e del nostro sapere, è ciò su cui è fondato l’universo, qualcosa di infinito che esiste indipendentemente da noi, che possiamo solo provare a scoprire e mai cambiare”.

APPENDICE 1 - Le schede

Si riportano di seguito le schede commentate del laboratorio "Le coniche con GeoGebra", lavoro svolto in vista della realizzazione della guida per il docente.

1 I LUOGHI GEOMETRICI

Scopo della scheda è lavorare sul concetto di luogo geometrico, cioè sull'insieme di punti del piano che soddisfano una determinata proprietà geometrica. Il concetto di luogo geometrico è talvolta trascurato o non sufficientemente approfondito: a partire da un semplice e ben noto luogo geometrico (la circonferenza), si vuole condurre gli studenti ad approfondire il concetto di luogo geometrico, cioè trovare tutti e soli quei punti del piano che soddisfano ad una precisa richiesta geometrica.

Questa prima scheda è un'introduzione al lavoro successivo pratico sul software Geogebra: ha lo scopo di evidenziare la condizione necessaria e sufficiente affinchè un punto del piano appartenga ad un dato luogo, di richiedere un linguaggio specifico ed appropriato, di mostrare come un luogo può essere non solo una curva o una linea, come la circonferenza o la retta, ma anche una regione di piano, come un quadrante di un piano cartesiano o una corona circolare.

Analizziamo punto per punto la scheda.

1. Il *luogo geometrico* dei punti del piano aventi distanza assegnata r da un punto fissato O è la … **CIRCONFERENZA** …. di … **CENTRO** …. O e … **RAGGIO** . r. Ciò significa che: a. se un punto appartiene al luogo, allora la sua distanza da O è … ***r*** …….. ; b. se la distanza di un punto P da O è r, allora …$\boldsymbol{P} \in$ **CIRCONFERENZA** .

1. Per introdurre il concetto di luogo geometrico, si utilizza uno tra i più semplici e noti luoghi geometrici: la circonferenza.
La circonferenza è il luogo geometrico dei punti del piano che hanno da un punto dato distanza assegnata. Il punto dato si chiama centro e la distanza assegnata raggio. Nella scheda si è chiamato, convenzionalmente, O il centro ed r il raggio.

Se un punto appartiene al luogo, cioè è un punto della circonferenza, allora avrà distanza *r* dal centro *O* della circonferenza (condizione necessaria). Viceversa, se un punto ha distanza *r* da *O*, allora è un punto della circonferenza (condizione sufficiente).

2. Sicuramente conosci altri luoghi geometrici. Ad esempio, l'asse *a* di un segmento *AB* (cioè la retta perpendicolare ad *AB* passante per il suo punto medio) è il luogo dei punti … **EQUIDISTANTI** … dagli estremi *A* e *B*. Per dimostrarlo, occorre mostrare che:

a. se $P \in a$, allora ***P* è EQUIDISTANTE DAGLI ESTREMI *A* e *B*,** $AP \cong PB$

b. se … ***P* è EQUIDISTANTE DAGLI ESTREMI *A* e *B*** …, allora $P \in a$.

* Prova a dimostrare su un foglio a parte le due affermazioni.

2. Un altro luogo geometrico noto agli studenti è l'asse di un segmento, cioè la retta perpendicolare ad un segmento dato e passante per il suo punto medio. L'asse è quindi l'insieme di tutti e soli i punti equidistanti dagli estremi del segmento (condizione necessaria e sufficiente).
Lo studente è allora invitato a dare una breve dimostrazione delle due affermazioni.

a. se $P \in a$, allora … ***P* è EQUIDISTANTE DAGLI ESTREMI *A* e *B***

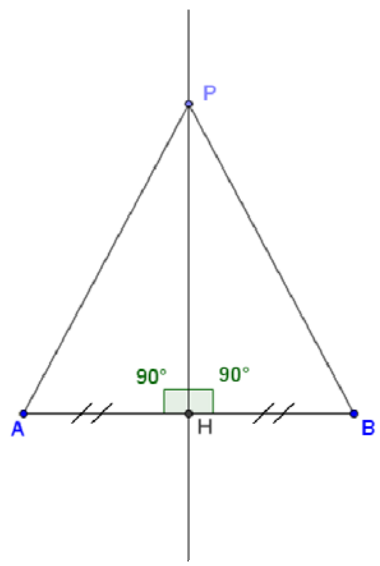


Figura 1

Considerato un punto generico *P* appartenente all'asse, cioè un punto della retta perpendicolare al segmento *AB* nel suo punto medio *H*; allora si dimostra che *P* è equidistante dagli estremi *A* e *B*. Infatti, considerando i triangoli *AHP* e *BHP*, rettangoli in *H*, essi hanno:

AH ≅ *HB* perchè *H* è punto medio

PH in comune

$A\hat{H}P \cong P\hat{H}B$ perchè entrambi retti per il I criterio di congruenza dei triangoli, i triangoli *AHP* e *BHP* sono congruenti, in particolare $AP \cong PB$.

b. se … ***P* è EQUIDISTANTE DAGLI ESTREMI *A* e *B*** …, allora $P \in a$.

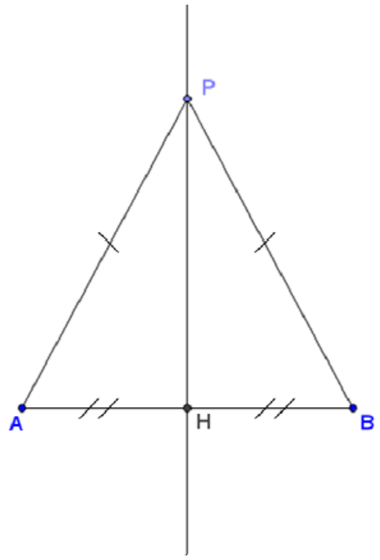


Figura 2

Considerato un punto *P* equidistante dagli estremi del segmento *AB*, si vuole dimostrare che *P* appartiene all'asse. Infatti, il triangolo *ABP* è isoscele di base *AB*, perchè $AP \cong PB$. Detto *H* il punto medio della base *AB*, allora *PH* è mediana relativa alla base *AB* nel triangolo isoscele *ABP* ed è quindi anche altezza. La retta *PH* è allora asse del segmento *AB*, perchè risulta perpendicolare ad *AB* nel suo punto medio *H*.

3. Disegna e descrivi a parole il luogo dei punti aventi distanza *d* da una retta *r* assegnata.
IL LUOGO GEOMETRICO DEI PUNTI AVENTI DISTANZA *d* DA UNA RETTA *r* ASSEGNATA È COSTITUITO DALLE DUE RETTE (O DALLA COPPIA DI RETTE) PARALLELE AD *r*, DA PARTE OPPOSTA RISPETTO AD *r*, E DISTANTI *d* DA *r*.

3. Nella geometria euclidea, il luogo geometrico dei punti equidistanti da una retta *r* è naturalmente una retta parallela ad *r*: se i punti devono avere assegnata distanza *d*, il luogo è costituito dalle due rette parallele ad *r*, ciascuna appartenente ad un semipiano distinto generato da *r*.
Questo punto evidenzia il fatto che un luogo geometrico può essere costituito anche da punti non necessariamente appartenenti ad un unica curva o retta o funzione, ma è l'insieme dei punti del piano che soddisfano una determinata proprietà, in questo caso di essere equidistanti da una retta data *r*, come mostra il disegno.

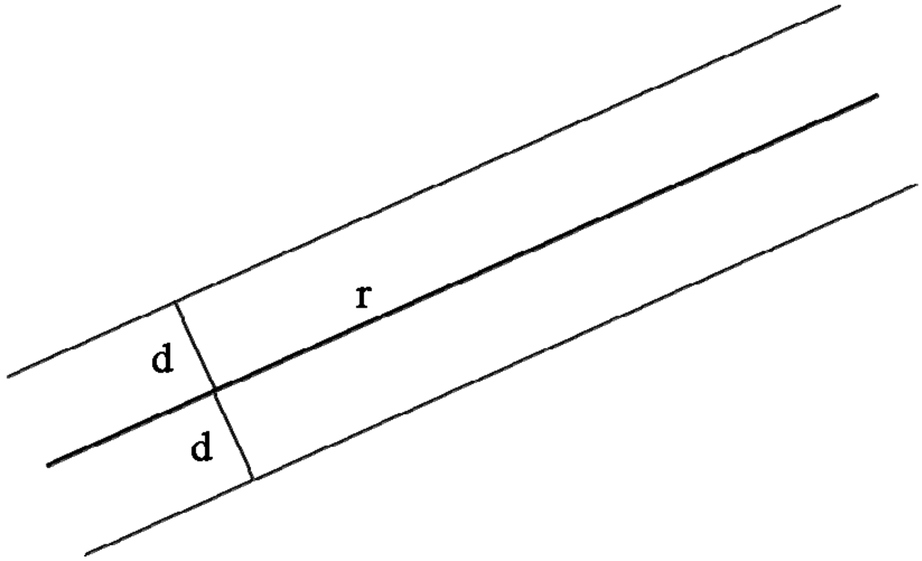


Figura 3

4. Quando nel piano cartesiano consideri una retta, ad esempio quella di equazione $2x-3y+6=0$, ciò significa considerare il luogo geometrico dei punti **LE CUI COORDINATE SODDISFANO ALL'EQAUZIONE DATA**

4. In un piano cartesiano i punti sono caratterizzati da due coordinate e l'appartenenza di un punto ad un luogo è soddisfatta quando le coordinate del punto verificano l'equazione del luogo.
La risposta proposta è la caratterizzazione del luogo geometrico in un piano cartesiano: i punti appartenenti al luogo, cioè alla retta, sono tutti e soli i punti le cui coordinate verificano l'equazione del luogo, cioè quei punti del piano cartesiano la cui ordinata è 2 + 2/3 l'ascissa o viceversa la cui ascissa è -3 + 3/2 l'ordinata.

5. In generale, ad ogni equazione nelle variabili *x* e *y* (e anche ad ogni disequazione), corrisponde un luogo geometrico nel piano cartesiano. Disegna i luoghi corrispondenti a

a. $xy=0$, b. $xy>0$, c. $xy\geq 0$, d. $1\leq x^2+y^2<4$

e descrivili a parole.

a. Ovvero $x=0 \vee y=0$ **: il luogo è costituito dagli assi cartesiani.**

b. Ovvero $(x>0 \wedge y>0) \vee (x<0 \wedge y<0)$**: il luogo corrispondente è l'unione del I e III quadrante, esclusi i semiassi**

c. Ovvero $(x>0 \wedge y>0) \vee (x<0 \wedge y<0) \vee (x=0 \vee y=0)$**: il luogo corrispondente è l'unione del I e III quadrante, compresi i semiassi**

d. Il luogo geometrico è la regione di piano compresa tra la circonferenza con centro nell'origine degli assi di raggio 1, inclusa la circonferenza, e la circonferenza di centro l'origine degli assi e raggio 2, esclusa la circonferenza.

Oppure: è la corona circolare compresa tra le circonferenze di centro nell'origine degli assi con raggio pari rispettivamente a 1 e a 2 esclusa la seconda circonferenza.

a.

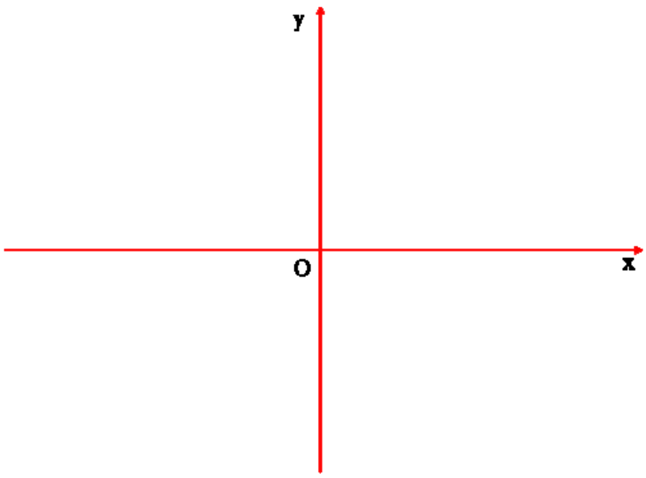


Figura 4

b.

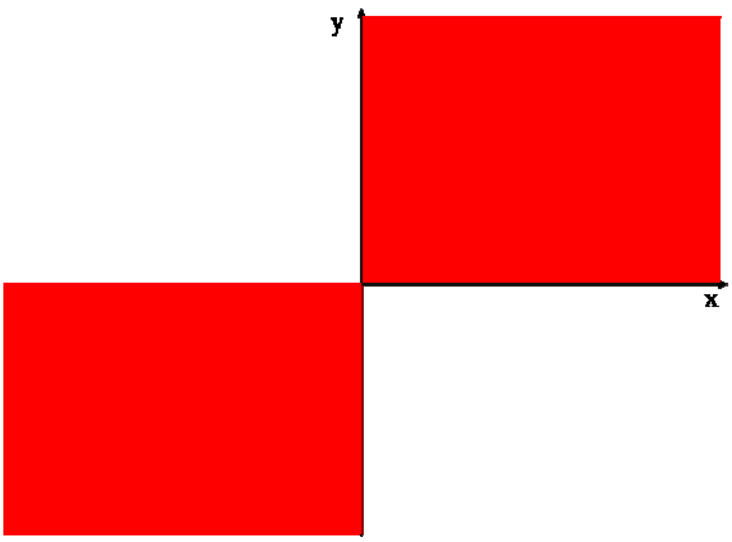


Figura 5

c.

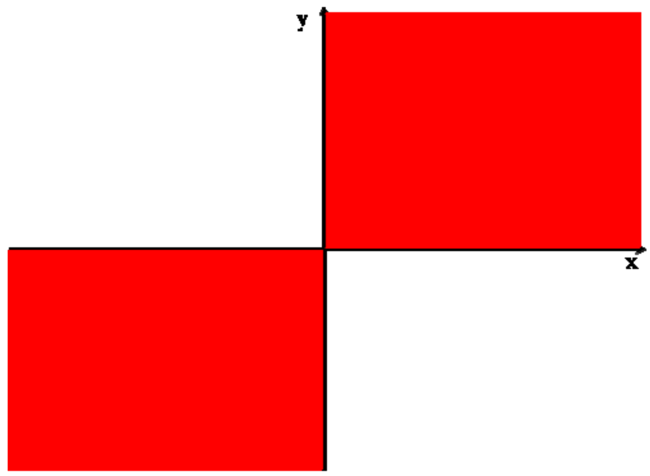


Figura 6

d.

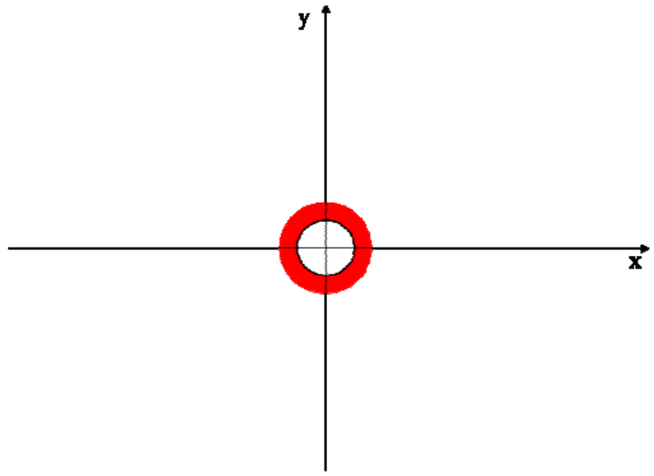


Figura 7

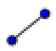
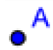
2 I LUOGHI GEOMETRICI CON GEOGEBRA

Con questa scheda, si comincia a lavorare con il software Geogebra. Lo studente è guidato passo passo a costruire la figura geometrica e, quindi, il luogo geometrico richiesti.
Scopo della scheda è la costruzione di un luogo geometrico come insieme di punti che descrivono il luogo al variare di un altro punto su una curva nota. In questa scheda si mostra come il baricentro di un triangolo inscritto in una circonferenza descriva a sua volta una circonferenza al variare di un vertice sulla circonferenza data, quando gli altri due vertici rimangono fissi. La proprietà vale anche se il triangolo non è inscritto in una circonferenza, cioè il baricentro di un triangolo descrive una circonferenza al variare di un vertice del triangolo dato su una circonferenza.

N.B.- In **grassetto** sono indicati i comandi di GeoGebra da usare.
Dal menù **Visualizza**, disattiva gli **Assi** e la **Finestra Algebra**.

Si richiede di disattivare sia gli Assi che la Finestra Algebra del programma, perchè si vuole lavorare con la geometria sintetica. La geometria analitica permette di tradurre problemi geometrici in problemi algebrici, ma lo scopo del Laboratorio è proprio quello di aiutare gli studenti a risolvere il problema geometrico a partire dalle proprietà squisitamente geometriche.

- Disegna un **segmento** tra due punti R, S e rinominalo r.

 Selezionando il modo Segmento tra due punti si può disegnare un segmento tra due punti. Per rinominare sia i punti che il segmento, si devono selezionare successivamente ciascun punto e il segmento e, cliccando il tasto destro del mouse, selezionare Rinomina dal menù tendina che si apre ed immettere le lettere indicate oppure selezionare Proprietà e rinominare gli oggetti come richiesto oppure dal menù Modifica selezionare Proprietà e rinominare gli oggetti disegnati.
Alternativamente:
Inserimento Si possono disegnare i due punti R e S sul piano di lavoro geometrico con il comando Nuovo Punto  e inserire nella Finestra Inserimento il Comando r=Segmento[R,S]: il programma disegnerà il segmento tra i punti R ed S nominandolo direttamente r, così come richiesto.

- Con il comando **Circonferenza dati centro e raggio**, disegna la circonferenza c avente centro in un punto C e raggio r.

Selezionando il Modo Circonferenza dati centro e raggio, si seleziona un punto qualsiasi del piano e si immette nella finestra che si apre il nome del segmento r.
Oppure:
Inserimento Dopo aver disegnato un punto ed averlo rinominato C, si immette nella finestra Inserimento il Comando c = Circonferenza[C,r]: il programma disegna la circonferenza di centro O e raggio r, denominandola c.
E’ possibile cambiare la grandezza della circonferenza, variando la lunghezza del segmento RS; basta selezionare il Modo Muovi e spostare R o S a piacimento: cambiando r si ingrandisce o si rimpicciolisce la circonferenza a piacere.

- Segna tre **punti** A, B, P sulla circonferenza c.

Con il Modo Nuovo Punto si individuano tre punti a scelta sulla circonferenza e si rinominano A, B e P.

- Trova il **punto medio** M di AP e il punto medio N di BP.

Selezionando il Modo Punto Medio è possibile, senza aver bisogno di tracciare i segmenti AP e BP, individuare il punto medio M di AP e N di BP.
Oppure:
Inserimento Nella finestra Inserimento, digitare M=PuntoMedio[A,P] e N=PuntoMedio[B,P].

- Disegna le **rette** AN e BM.

Con il Modo Retta per due punti, si tracciano la retta passante per i punti A e N e quella passante per i punti B e M.
Alternativamente:
Inserimento Nella finestra Inserimento, si digita il comando retta[A,N] e retta[B,M].

- Con il comando **Intersezione di due oggetti**, trova il loro punto comune G.

Selezionando il Modo Interserzione di due oggetti si individua il punto d’intersezione delle due rette G.
Oppure:

Inserimento Nella finestra Inserimento si digita G = intersezione[a,b], dove a e b sono i nomi di default delle rette AN e BM.

Il punto G è il …**BARICENTRO**….. del triangolo ABP.

Le rette AN e BM sono le mediane del triangolo ABP: il loro punto d'intersezione è il baricentro del triangolo.
Naturalmente, la scelta delle due mediane AN e BM è del tutto arbitraria, ma è dettata dalla parte successiva della scheda, in cui il punto P si farà muovere sulla circonferenza c.

- Nascondi i punti M, N e le rette AN, BM.

Per non appesantire troppo il disegno, si richiede di nascondere i punti medi e le mediane trovate. Dal menù Modifica selezionare Proprietà oppure direttamente con il comando di tastiera Ctrl+E, si apre la finestra Proprietà, dove, selezionando oggetto per oggetto, si deseleziona il comando Mostra oggetto: l'oggetto geometrico viene nascosto.

- Attiva l'opzione **Traccia on** per il punto G, seleziona il tasto **Muovi**, afferra P e muovilo sulla circonferenza, osservando la traiettoria di G.

Dallo stesso Menù Proprietà è possibile selezionare l'opzione Mostra traccia per il punto G oppure con il tasto destro del mouse posto sul punto G si seleziona Traccia on dal menù a tendina che si apre.
In questo modo lo studente visualizza il luogo geometrico descritto dal baricentro G al variare di P sulla circonferenza di partenza c.

In matematica, la traccia lasciata da G quando P si muove su c si chiama *luogo geometrico descritto da G al variare di P su c*. Per un migliore risultato, procedi così.

Si introduce il concetto di luogo geometrico come curva tracciata da un punto al variare di un altro punto su una curva: in questo caso, il baricentro di un triangolo inscritto in una circonferenza descrive a sua volta una circonferenza quando, tenuti fissi due vertici, il terzo si muove sulla circonferenza circoscritta al triangolo.

- Disattiva l'opzione **Traccia on** per G.

Analogamente come si è selezionato, si può deselezionare il comando Traccia on.

- Seleziona il comando **Luogo** e clicca *prima* sul punto G e *poi* sul punto P: viene disegnato direttamente il luogo geometrico descritto da G al variare di P, che è vincolato alla circonferenza.

Con il comando Luogo, la circonferenza descritta da G al variare di P viene visualizzata direttamente.
Analogamente:
Inserimento Nella finestra Inserimento, si inserisce il comando Luogo[G,P], che disegna il luogo geometrico descritto da G al variare di P su c.

- Modifica la posizione di C nel piano, la posizione di A o B sulla circonferenza c, e/o la lunghezza del segmento RS e osserva come si modifica il luogo.

Si invita ora lo studente a “giocare” con la figura.

Selezionando il comando Muovi, si può spostare dapprima il centro C della circonferenza c, poi i punti A e B, infine la lunghezza di r, cioè del raggio di c.
Muovendo C si trasla rigidamente la circonferenza c e quindi i punti A, B, G e P e il luogo geometrico. Muovendo A lungo la circonferenza, il punto G e il luogo cui appartiene si spostano all’interno della circonferenza (al variare di A lungo c, G descrive un’altra circonferenza), così come avviene facendo variare il punto B.
Modificando la lunghezza del raggio r della circonferenza c, si ingrandisce o si rimpicciolisce il tutto proporzionalmente.

Che cosa ti sembra di poter concludere?

Il luogo descritto da G è una ....**CIRCONFERENZA**............................ .
Muovendo solo A, B o C **LA CIRCONFERENZA NON CAMBIA RAGGIO**...
Cambiando il raggio di c **ANCHE LA CIRCONFERENZA DEI BARICENTRI CAMBIA RAGGIO**.. .

Lo studente è invitato a riflettere sulle prime osservazioni: il baricentro G descrive una circonferenza che chiameremo circonferenza dei baricentri. Se un punto appartiene a tale circonferenza, vuol dire che esiste un traingolo inscritto nella circonferenza c di partenza di cui è baricentro; viceversa se G’ è il baricentro di un triangolo inscritto nella circonferenza c, allora appartiene al luogo.

- Per individuare le caratteristiche del luogo trovato, traccia l’**asse** del

segmento AB (*non* è necessario tracciare il segmento AB, basta selezionare il comando e cliccare sui due punti). Che cosa osservi?
IL CENTRO DELLA CIRCONFERENZA DEI BARICENTRI APPARTIENE ALL'ASSE...
Come giustifichi la tua osservazione? ....
....

- Trova i **punti di intersezione** P_1 e P_2 dell'asse di AB con la circonferenza c e costruisci i corrispondenti punti G_1 e G_2 del luogo.

Considerare i punti P_1 e P_2, punti d'intersezione tra l'asse del lato AB del triangolo e la circonferenza, significa considerare, tra tutti i triangoli inscritti nella circonferenza c, gli unici due triangoli isosceli, per i quali mediana, asse, bisettrice e altezza relative alla base AB coincidono.
In corrispondenza di P_1 e P_2 si devono costruire i punti corrispondenti G_1 e G_2 del luogo, cioè i baricentri dei due triangoli isosceli. Il programma, però, non permette di individuare i punti G_1 e G_2 come intersezione tra la circonferenza dei baricentri trovata come luogo e l'asse del segmento AB, perchè il programma disegna il luogo, ma non ne fornisce l'equazione. I punti G_1 e G_2 del luogo si devono allora costruire, disegnando una mediana, per esempio quella relativa al lato AP_1 e al lato AP_2 ed intersecandola con l'asse di AB.

Riassumi le caratteristiche del luogo ottenuto:
Il luogo è la circonferenza c' di centro ...**IL PUNTO MEDIO DEL SEGMENTO G_1G_2** ...e diametro ...**IL SEGMENTO G_1G_2**.........

Per le proprietà dell'asse di una corda di una circonferenza (l'asse di una corda passa per il centro della circonferenza cui la corda appartiene), P_1 e P_2 sono opposti rispetto a C, quindi i corrispondenti punti G_1 e G_2 sono a loro volta estremi del diametro della circonferenza dei baricentri e il punto medio del segmento G_1G_2 è il centro di tale circonferenza.

3 ESERCIZIO

N.B.- In **grassetto** sono indicati i comandi di GeoGebra da usare.
Dal menù **Visualizza**, disattiva gli **Assi** e la **Finestra Algebra**.

- Disegna un segmento a partire dal punto A e di lunghezza 4. Puoi usare il comando **Segmento[A,4]** nella finestra **Inserimento**.
- Disegna un triangolo di base AB e di terzo vertice C, in modo tale che l'area del triangolo sia pari a 4. Disegna prima il triangolo, con il comando **Poligono**, poi con il comando **Area** visualizza il valore dell'area.
- Con il tasto **Muovi** sposta arbitrariamente C, in modo tale che l'area risulti 4.

1. Quanti punti puoi trovare che soddisfano la condizione che l'area del triangolo ABC sia pari a 4? ....
2. Come devi spostare C in modo tale che l'area si mantenga pari a 4? ....
3. Che cosa succede se sposti A? Come si deve spostare A in modo tale che l'area si mantenga pari a 4? ....

Ora prosegui con la seguente costruzione:

- Con il comando **Retta** disegna la retta passante per A e per B e rinominala r.
- Scegli arbitrariamente un **Nuovo Punto** della retta r e rinominalo H.
- Conduci la **perpendicolare** ad r per il punto H e rinominala h.
- Disegna il triangolo ABD in modo tale che D appartenga ad h.
- Visualizza l'area del triangolo e trova D in modo tale che l'area del triangolo ABD sia pari a 4.

4. Come si sposta D al variare di H su r? Quale curva descrive il punto D al variare di H su r? ....

- Seleziona il comando Traccia on per visualizzare meglio.

5. Quanto è lungo DH affinchè l'area ABD sia pari a 4? ....

6. Puoi affermare che la curva descritta da D sia il luogo geometrico dei punti per cui si mantiene costante, cioè pari a 4, l’area del triangolo ABD? ....

- Per verificare la tua risposta, traccia la **circonferenza dati centro e raggio** di centro H e raggio DH (il valore trovato al punto 5).

7. Quanti punti di intersezione trovi?

- Individua con il comando **Intersezione di due oggetti** i punti D ed E di intersezione tra la retta h e la circonferenza appena disegnata.
- Disegna i triangoli ABD e ABE e determina il valore delle aree di questi triangoli.

8. Quale valore ti aspetti? Quale valore hai ottenuto? ....
....

- Seleziona il comando **Luogo** e clicca *prima* sul punto D e *poi* sul punto H
- Ripeti cliccando ora *prima* sul punto E e *poi* sul punto H.

9. Qual è il luogo geometrico dei punti percui l’area del triangolo di base AB si mantiene pari a 4? ....
....
....

- Ora visualizza gli **Assi,** la **Griglia** e la **Finestra Algebra** dal Menù Visualizza.
- Attribuisci al punto A le coordinate (-2; 3) e al punto B ascissa 5.

10. L’area dei triangoli ABD e ABE è cambiata? E quella del triangolo ABC? Perchè? ....
…………………………………………………………………………..
11. Come avresti risolto analiticamente il problema? ....
....
....

APPENDICE 2 - Dati statistici

LSS LEONARDO DA VINCI
Gli argomenti dell'attività svolta sono stati interessanti?

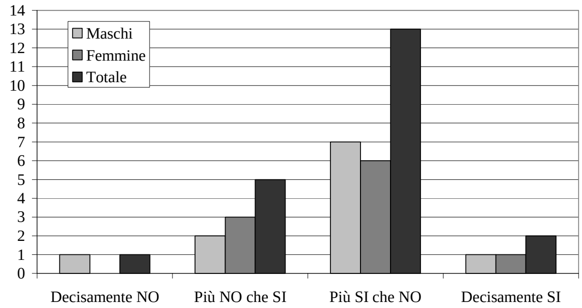


Figura 8

LSS GB VICO
Gli argomenti dell'attività svolta sono stati interessanti?

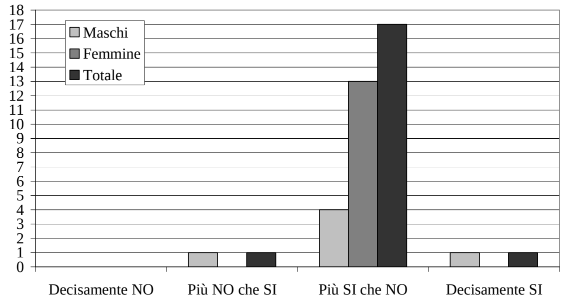


Figura 9

LSS LEONARDO DA VINCI
L'attività è stata impegnativa?

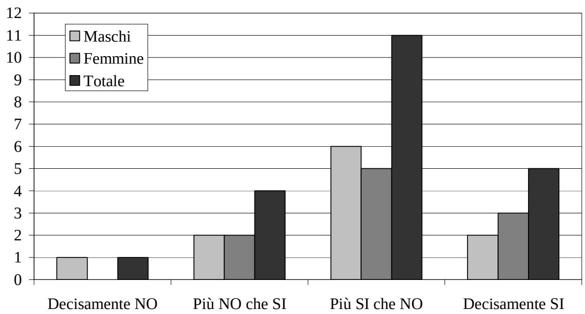


Figura 10

LSS GB VICO
L'attività è stata impegnativa?

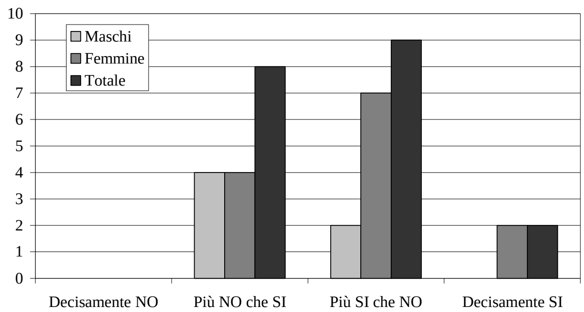


Figura 11

LSS LEONARDO DA VINCI
La tua preparazione scolastica era sufficiente per seguire l'attività?

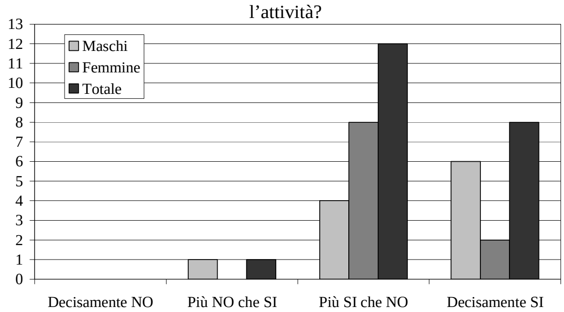


Figura 12

LSS GB VICO
La tua preparazione scolastica era sufficiente per seguire l'attività?

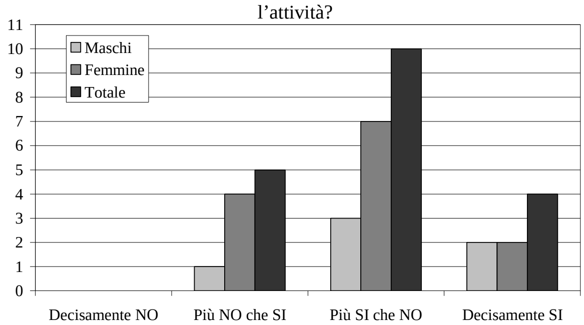


Figura 13

LSS LEONARDO DA VINCI
I locali e l’attrezzatura a disposizione erano adeguati?

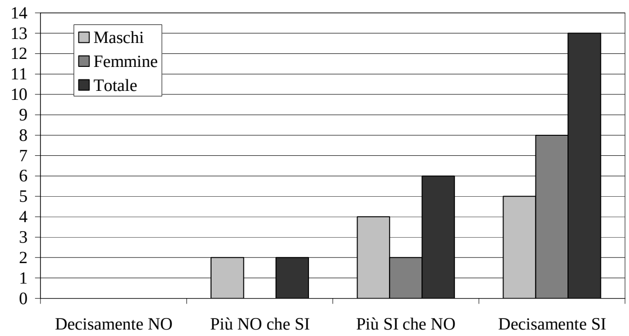


Figura 14

LSS GB VICO
I locali e l’attrezzatura a disposizione erano adeguati?

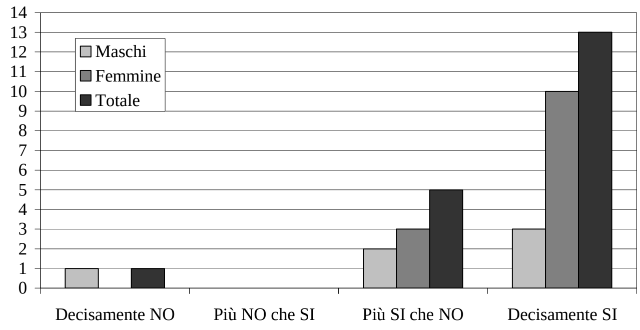


Figura 15

LSS LEONARDO DA VINCI
I materiali scritti (schede o dispense) utilizzati per l’attività erano chiari?

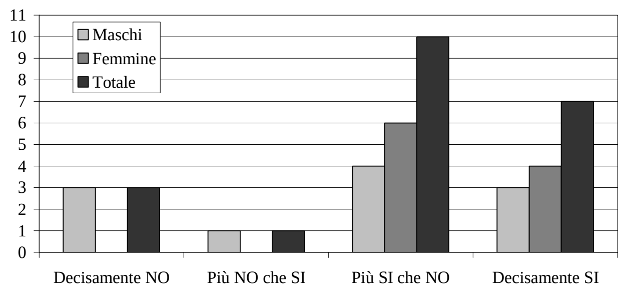


Figura 16

LSS GB VICO
I materiali scritti (schede o dispense) utilizzati per l’attività erano chiari?

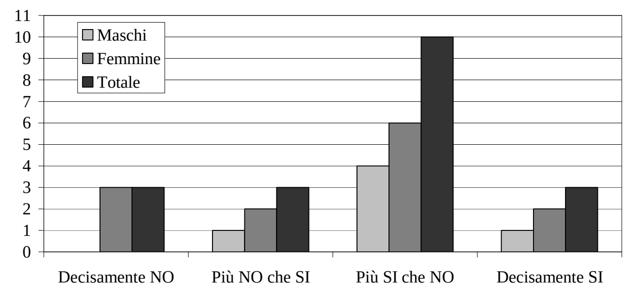


Figura 17

LSS LEONARDO DA VINCI
I docenti sono stati chiari?

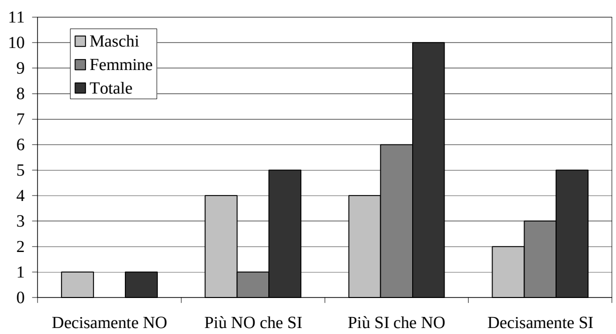


Figura 18

LSS GB VICO
I docenti sono stati chiari?

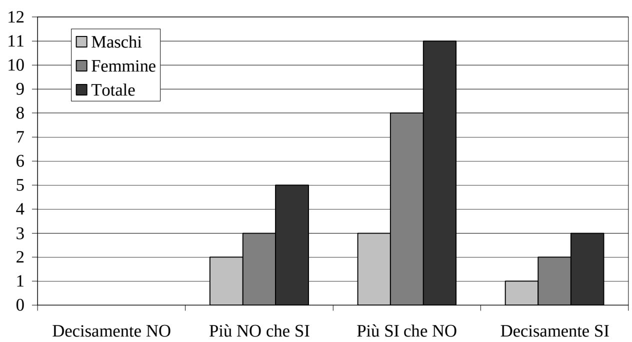


Figura 19

LSS LEONARDO DA VINCI
Le attività svolte sono state utili per capire meglio cos'è la matematica?

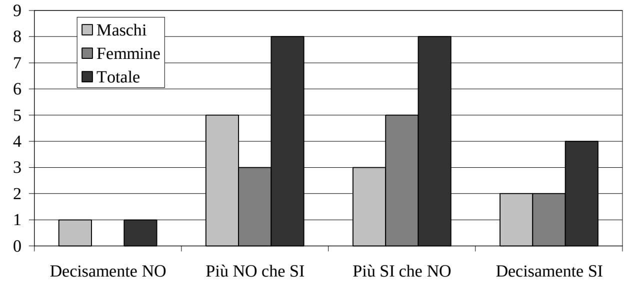


Figura 20

LSS GB VICO
Le attività svolte sono state utili per capire meglio cos'è la matematica?

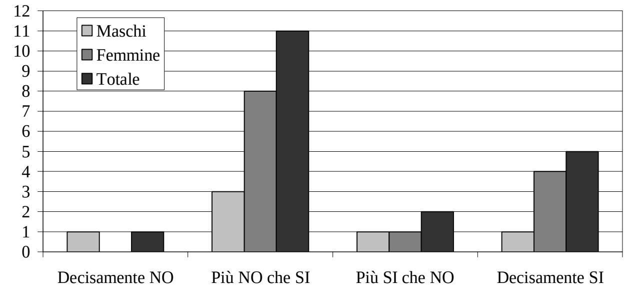


Figura 21

LSS LEONARDO DA VINCI
Le attività svolte ti saranno utili nella scelta dei tuoi studi futuri?

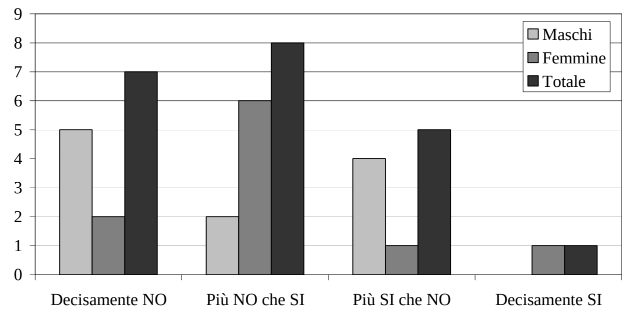


Figura 22

LSS GB VICO
Le attività svolte ti saranno utili nella scelta dei tuoi studi futuri?

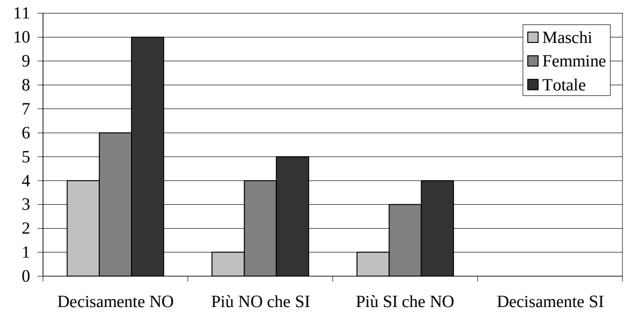


Figura 23

LSS LEONARDO DA VINCI
Valeva la pena di partecipare all'attività?

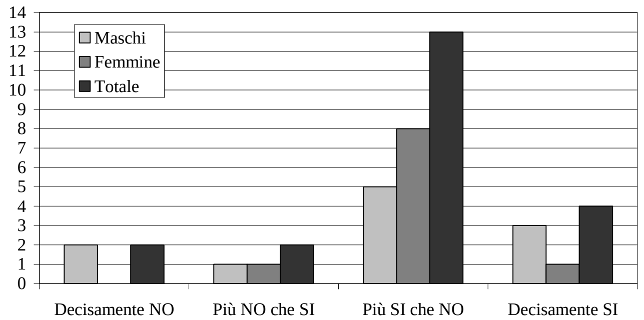


Figura 24

LSS GB VICO
Valeva la pena di partecipare all'attività?

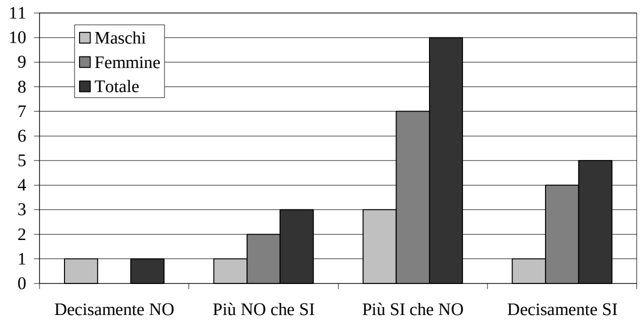


Figura 25

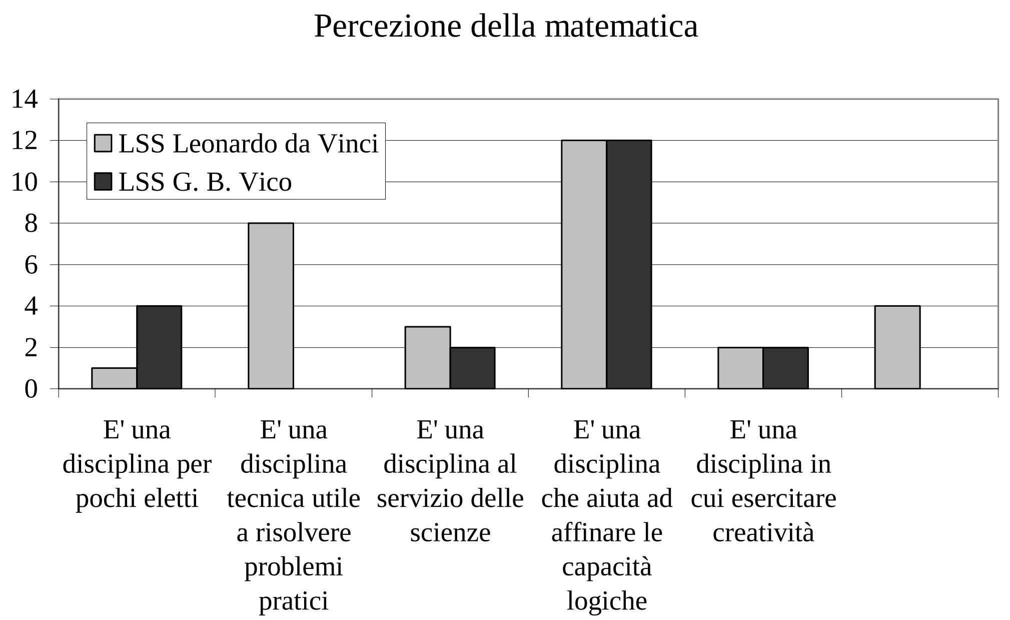

Percezione della matematica
14
12
10
8
6
4
2
0
LSS Leonardo da Vinci
LSS G. B. Vico
E' una disciplina per pochi eletti
E' una disciplina tecnica utile a risolvere problemi pratici
E' una disciplina al servizio delle scienze
E' una disciplina che aiuta ad affinare le capacità logiche
E' una disciplina in cui esercitare creatività

Figura 26