

Geometria 2

10 maggio 2010

Homework

l'elaborato è da restituire mercoledì 12 maggio, nell'orario di esercitazioni

- 1) Sulla retta proiettiva \mathbf{P}^1 si considerino i punti $A = (0 : 2)$, $B = (2 : 2)$, $C = (3 : 0)$.
- Si scriva l'equazione della proiettività $\omega : \mathbf{P}^1 \rightarrow \mathbf{P}^1$ per la quale risulta $\omega(A) = B$, $\omega(B) = C$, $\omega(C) = A$.
 - Si determini $\omega(D)$, dove $D = (4 : 2)$.
 - Supposto di operare sul campo complesso, si determinino i punti uniti di ω .
 - Si dimostri che ω^3 è l'identità.

- 2) Sia $f : \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3$ un automorfismo con due autovalori distinti, non diagonalizzabile, e sia $\omega : \mathbf{P}^2 \rightarrow \mathbf{P}^2$ la proiettività indotta da f . Si dica come selezionare una retta $\ell \subset \mathbf{P}^2$ tale che ω induca una affinità α su $\mathcal{A} := \mathbf{P}^2 \setminus \ell$ e si trovino gli eventuali punti uniti di α .

- 3) In \mathbf{P}^4 si considerino tre rette distinte ℓ_i , $i = 1, 2, 3$ non contenute in un piano.
- Si descrivano tutte le configurazioni proiettivamente non equivalenti a cui tali rette possono dare luogo.
 - Considerate le tre rette di equazioni rispettive

$$\begin{aligned}\ell_1 : \quad & x_2 = x_3 - x_4 = x_3 - x_5 = 0, \\ \ell_2 : \quad & x_3 = x_2 - x_4 = x_2 - x_5 = 0, \\ \ell_3 : \quad & x_4 = 2x_2 + x_3 = x_2 - x_5 = 0,\end{aligned}$$

si verifichi che esse non giacciono in uno stesso piano.

- Si riconosca quindi il caso a cui esse danno luogo tra le varie configurazioni descritte al punto a).

- 4) Nello spazio proiettivo \mathbf{P}^5 si considerino il sottospazio lineare Λ e la retta ℓ di equazioni rispettive:

$$\begin{aligned}\Lambda : \quad & x_1 - x_2 = x_4 - x_5 = 0, \\ \ell : \quad & x_1 - x_5 = x_2 - x_4 = x_3 = x_6 = 0.\end{aligned}$$

Si determini un iperpiano $\Pi \subset \mathbf{P}^5$ tale che, nello spazio affine complementare $\mathcal{A} := \mathbf{P}^5 \setminus \Pi$, la retta traccia affine di ℓ risulti parallela alla traccia affine di Λ .

N.B. *Tutti i risultati devono essere giustificati con brevi e chiare spiegazioni.*