

Geometria 2

16 maggio 2011

Homework

l'elaborato è da restituire mercoledì 18 maggio, nell'orario di esercitazioni

- 1) Nello spazio affine reale \mathbf{A}^4 si considerino il piano L di equazioni $x + y - z - 4 = y + z - w = 0$ e la retta ℓ passante per i punti $A \equiv (1, 2, 0, 1)$ e $B \equiv (2, 1, 2, 1)$:
- (a) si dica se ℓ è parallela a L ;
 - (b) si determini l'equazione cartesiana di un iperpiano H tale che $\ell \parallel H$ e $L \subset H$;
 - (c) reinterpretato il tutto nello spazio euclideo \mathbf{E}^4 , si determini la (minima) distanza tra ℓ e L .

- 2) In \mathbf{P}^4 si considerino un punto A , una retta ℓ e un piano π :
- (a) si descrivano tutte le configurazioni proiettivamente non equivalenti a cui i tre enti suddetti possono dare luogo;
 - (b) supposto che sia $A = (1 : 0 : 2 : 0 : 1)$ e che ℓ e π abbiano equazioni rispettive

$$\begin{aligned}\ell : \quad & x_2 = x_3 - x_4 = x_3 - x_5 = 0, \\ \pi : \quad & x_2 - x_4 = x_3 - x_5 = 0,\end{aligned}$$

- si determini la dimensione del sottospazio lineare generato da A , ℓ , π ;
- (c) si riconosca quindi la situazione considerata in (b) tra le varie configurazioni descritte al punto (a).

- 3) Nello spazio proiettivo \mathbf{P}^5 si considerino il sottospazio lineare Λ e la retta ℓ di equazioni rispettive:

$$\begin{aligned}\Lambda : \quad & x_1 - x_6 = x_3 - x_6 = 0, \\ \ell : \quad & x_1 - x_2 = x_3 = x_4 - x_5 = x_6 = 0.\end{aligned}$$

Si determini un iperpiano $\Pi \subset \mathbf{P}^5$ tale che, nello spazio affine complementare $\mathcal{A} := \mathbf{P}^5 \setminus \Pi$, la retta traccia affine di ℓ risulti parallela alla traccia affine di Λ .

N.B. *Tutti i risultati devono essere giustificati con brevi e chiare spiegazioni.*