

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Fisica, ANALISI MATEMATICA 1 (prova scritta)

18 febbraio 2015 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione **A**

1] (4 pt.) Si consideri la seguente equazione nel piano complesso.

$$z^3|z|^2 = (1+i)^4\bar{z}$$

Quante sono le soluzioni distinte?

Quali sono?

2] (4 pt.) Determinare l'equazione dell'eventuale asintoto a $+\infty$ della funzione

$$f(x) = \frac{x(x-1)}{\sqrt{x^2-6x+5}}.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Sia $A = f((0, 3))$ dove

$$f(x) = (x-3)^2 \log(3-x). \quad \text{Allora}$$

$\sup A = \dots$; $\inf A = \dots$; Esiste $\max A$? ; Esiste $\min A$?

4] (4 pt.) Sapendo che la successione di numeri positivi $\{x_n\}$ è tale che $x_n \rightarrow +\infty$, è possibile dedurre che:

$\log(1+x_n) \sim x_n$	<input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F	la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{x_n^2}$ converge	<input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F
$e^{-x_n} = o(1/x_n)$	<input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F	$\{x_n\}$ è definitivamente monotona	<input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F

(Ogni risposta corretta vale 1 pt.; ogni risp. errata -1 pt., ogni risp. non data 0 pt.)

5] (4 pt.) Per ciascuna delle funzioni

$$f(x) = 2 + \frac{1}{\sqrt[3]{x-1}}, \quad g(x) = 2 + \frac{1}{\sqrt[3]{|x-1|}},$$

tracciare un suo grafico qualitativo (due grafici separati).

6] (4 pt.) In \mathbb{R} , si considerino gli insiemi $A = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} I_n$, $B = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} I_n$, $E = A \cup J$, dove

$$I_n = \left\{ x \in \mathbb{R} : -3 + \frac{1}{n} \leq x \leq n^2 + 1 \right\}, \quad n \in \mathbb{N}; \quad J = \left\{ x \in \mathbb{R} : x = -3 - \frac{1}{n^2}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

$A = \dots\dots\dots$

$B = \dots\dots\dots$

$\partial E = \dots\dots\dots$

$B \cup J$ è chiuso? $\dots\dots\dots$

$B \cup J$ è limitato? $\dots\dots\dots$

7] (6 pt.) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\exp\left(\frac{2n-3}{n^2}\right) \cdot \sqrt{1 + \frac{5}{n^2}} - 1 - \frac{2}{n} - \frac{3}{2n^2}}{\log\left(\frac{en^3}{n^3+2}\right) - 1}.$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Fisica, ANALISI MATEMATICA 1 (prova scritta)

18 febbraio 2015 prof. M.Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione **B**

1] (4 pt.) Si consideri la seguente equazione nel piano complesso.

$$z^3|z|^2 = (1-i)^4\bar{z}$$

Quante sono le soluzioni distinte?

Quali sono?

2] (4 pt.) Determinare l'equazione dell'eventuale asintoto a $+\infty$ della funzione

$$f(x) = \frac{x(x-1)}{\sqrt{x^2-5x+4}}.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Sia $A = f((0, 5))$ dove

$$f(x) = (x-5)^2 \log(5-x). \quad \text{Allora}$$

$\sup A = \dots$; $\inf A = \dots$; Esiste $\max A$? ; Esiste $\min A$?

4] (4 pt.) Sapendo che la successione di numeri positivi $\{x_n\}$ è tale che $x_n \rightarrow +\infty$, è possibile dedurre che:

$\{x_n\}$ è definitivamente monotona	<input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F	$e^{-x_n} = o(1/x_n)$	<input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F
la serie $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{x_n^3}$ diverge	<input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F	$\sqrt[3]{1+x_n} - 1 \sim (1/3)x_n$	<input type="checkbox"/> V <input type="checkbox"/> F

(Ogni risposta corretta vale 1 pt.; ogni risp. errata -1 pt., ogni risp. non data 0 pt.)

5] (4 pt.) Per ciascuna delle funzioni

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}} - 2, \quad g(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{|x+1|}} - 2,$$

tracciare un suo grafico qualitativo (due grafici separati).

6] (4 pt.) In \mathbb{R} , si considerino gli insiemi $A = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} I_n$, $B = \bigcap_{n \in \mathbb{N}} I_n$, $E = A \cup J$, dove

$$I_n = \left\{ x \in \mathbb{R} : -2 + \frac{1}{n^2} \leq x \leq n + 3 \right\}, \quad n \in \mathbb{N}; \quad J = \left\{ x \in \mathbb{R} : x = -2 - \frac{1}{\sqrt{n}}, n \in \mathbb{N} \right\}.$$

$A = \dots\dots\dots$

$B = \dots\dots\dots$

$\partial E = \dots\dots\dots$

$B \cup J$ è chiuso? $\dots\dots\dots$

$B \cup J$ è limitato? $\dots\dots\dots$

7] (6 pt.) Calcolare

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\exp\left(\frac{3n+2}{n^2}\right) \cdot \sqrt{1 - \frac{5}{n^2}} - 1 - \frac{3}{n} - \frac{4}{n^2}}{\log\left(\frac{en^3}{n^3-4}\right) - 1}.$$

Scrivere uno svolgimento completo.