Cognome.............................. **Nome........................** **Matricola..................**

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

9 febbraio 2015 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione A

1] (4 pt.) Scrivere il polinomio di Taylor centrato in $x_0 = \pi$ di grado due della funzione

$$f(x) = \log\big(3 + \cos(x/2)\big)\,.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia

$$x_n = \sqrt{\cos\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{1}{n^2}} - 4^{1/n^2}\,.$$

Trovare a e b tali che, per $n \to +\infty$, si abbia $x_n \sim an^b$. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\sqrt{|x_n|}}{\log^2 n}.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Scrivere in forma algebrica tutte le soluzioni nel campo complesso dell'equazione

$$(2z+1)^3 = -8i\,.$$

Soluzione:

4] (4 pt.) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia

$$x_n = -3 + (-1)^n \frac{2n^2 - 5}{n^2}\,. \qquad \text{Allora}$$

$\sup\limits_{n\in\mathbb{N}} x_n = \ldots\ldots;$ $\inf\limits_{n\in\mathbb{N}} x_n = \ldots\ldots;$ Esiste $\max\limits_{n\in\mathbb{N}} x_n$? ......; Esiste $\min\limits_{n\in\mathbb{N}} x_n$? ......

5] (4 pt.) Sia $a \in \mathbb{R}$ e sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tre volte derivabile e tale che, per $x \to 2$,

$$f(x) = 3 + a(a^2-4)(x-2) + 2(a-2)(a+1)(x-2)^2 + (x-2)^3 + o\big((x-2)^3\big).$$

Stabilire per quali a il grafico di f presenta, nel punto di ascissa 2, uno dei seguenti comportamenti (specificando quale): massimo, minimo, flesso, flesso a tangente orizzontale.
Soluzione:

6] (4 pt.) Siano

$$A = [0,1) \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \quad ; \quad B = (-3,-2) \quad ; \quad C = \{-1 + \frac{1}{n} \ : \ n \in \mathbb{N}\} .$$

Detto $E = A \cup B \cup C$, determinare:

$\overset{\circ}{E}=$ ....

$\partial E =$ ....

$E' =$ ....

7] (6 pt.) Al variare di $a \in \mathbb{R}$, calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2(3x^3) + \cos(x^3) - 1}{e^{2x^4 - 3x^6} + \log(1 - x^2 + ax^4) - 1 + x^2} .$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome............................ **Nome**....................... **Matricola**..................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

9 febbraio 2015 proff. M.Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione B

1] (4 pt.) Scrivere il polinomio di Taylor centrato in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ di grado due della funzione

$$f(x) = \log\big(9 - \sin(2x)\big)\,.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia

$$x_n = \sqrt{\cos\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{3}{n^2}} - 3^{1/n^2}\,.$$

Trovare a e b tali che, per $n \to +\infty$, si abbia $x_n \sim an^b$. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \sqrt{\frac{|x_n|}{\log n}}.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Scrivere in forma algebrica tutte le soluzioni nel campo complesso dell'equazione

$$(2z - i)^3 = 8\,.$$

Soluzione:

4] (4 pt.) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia

$$x_n = 1 + (-1)^n \frac{7 - 3n^2}{n^2}\,. \qquad \text{Allora}$$

$\sup\limits_{n\in\mathbb{N}} x_n = \ldots\ldots;$ $\inf\limits_{n\in\mathbb{N}} x_n = \ldots\ldots;$ Esiste $\max\limits_{n\in\mathbb{N}} x_n$? ......; Esiste $\min\limits_{n\in\mathbb{N}} x_n$? ......

5] (4 pt.) Sia $a \in \mathbb{R}$ e sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tre volte derivabile e tale che, per $x \to -1$,

$$f(x) = -1 + 2a(a^2 - 9)(x + 1) - (a - 3)(a + 2)(x + 1)^2 + (x + 1)^3 + o\big((x + 1)^3\big).$$

Stabilire per quali a il grafico di f presenta, nel punto di ascissa -1, uno dei seguenti comportamenti (specificando quale): massimo, minimo, flesso, flesso a tangente orizzontale.
Soluzione:

6] (4 pt.) Siano

$$A = [8,9) \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \quad ; \quad B = (5,6) \quad ; \quad C = \{7 + \frac{1}{n} \ : \ n \in \mathbb{N}\}\,.$$

Detto $E = A \cup B \cup C$, determinare:

$\overset{\circ}{E}=$ . . . .

$\partial E =$ . . . .

$E' =$ . . . .

7] (6 pt.) Al variare di $a \in \mathbb{R}$, calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2(x^3) + \cos(3x^3) - 1}{e^{3x^6 - 2x^4} + \log(1 + x^2 + ax^4) - 1 - x^2}\ .$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome............................ **Nome**....................... **Matricola**..................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

9 febbraio 2015 proff. M.Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione C

1] (4 pt.) Scrivere il polinomio di Taylor centrato in $x_0 = \frac{\pi}{2}$ di grado due della funzione

$$f(x) = \log\big(7 + \sin(2x)\big)\,.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia

$$x_n = \sqrt{\cos\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{2}{n^2}} - 5^{1/n^2}\,.$$

Trovare a e b tali che, per $n \to +\infty$, si abbia $x_n \sim an^b$. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\sqrt{|x_n|}}{\log n}.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Scrivere in forma algebrica tutte le soluzioni nel campo complesso dell'equazione

$$(2z-1)^3 = 8i\,.$$

Soluzione:

4] (4 pt.) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia

$$x_n = -1 + (-1)^n \frac{3n^2 - 8}{n^2}\,. \qquad \text{Allora}$$

$\sup_{n\in\mathbb{N}} x_n = \ldots\ldots;$ $\inf_{n\in\mathbb{N}} x_n = \ldots\ldots;$ Esiste $\max_{n\in\mathbb{N}} x_n$? ......; Esiste $\min_{n\in\mathbb{N}} x_n$? ......

5] (4 pt.) Sia $a \in \mathbb{R}$ e sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tre volte derivabile e tale che, per $x \to -3$,

$$f(x) = -3 + a(a^2-1)(x+3) + (a-1)(2a+1)(x+3)^2 + (x+3)^3 + o\big((x+3)^3\big).$$

Stabilire per quali a il grafico di f presenta, nel punto di ascissa -3, uno dei seguenti comportamenti (specificando quale): massimo, minimo, flesso, flesso a tangente orizzontale.
Soluzione:

6] (4 pt.) Siano

$$A = [3,4) \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \quad ; \quad B = (0,1) \quad ; \quad C = \{2 + \frac{1}{n} \ : \ n \in \mathbb{N}\}\,.$$

Detto $E = A \cup B \cup C$, determinare:

$\overset{\circ}{E}=$ ....

$\partial E =$ ....

$E' =$ ....

7] (6 pt.) Al variare di $a \in \mathbb{R}$, calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2(2x^3) + \cos(x^3) - 1}{e^{3x^6 - x^4} + \log(1 + 2x^2 + ax^4) - 1 - 2x^2}\,.$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome............................. Nome........................ Matricola..................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

9 febbraio 2015   proff. M.Salvatori, L. Vesely   durata: **90 minuti**   versione D

1] (4 pt.) Scrivere il polinomio di Taylor centrato in $x_0 = \pi$ di grado due della funzione

$$f(x) = \log\big(5 - \cos(x/2)\big)\,.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia

$$x_n = \sqrt{\cos\left(\frac{1}{n}\right) - \frac{4}{n^2}} - 2^{1/n^2}\,.$$

Trovare a e b tali che, per $n \to +\infty$, si abbia $x_n \sim a n^b$. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \sqrt{\frac{|x_n|}{\log^3 n}}.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Scrivere in forma algebrica tutte le soluzioni nel campo complesso dell'equazione

$$(2z + i)^3 = -8\,.$$

Soluzione:

4] (4 pt.) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia

$$x_n = 3 + (-1)^n \frac{6 - 2n^2}{n^2}\,. \qquad \text{Allora}$$

$\sup\limits_{n\in\mathbb{N}} x_n = \ldots\ldots;$ $\inf\limits_{n\in\mathbb{N}} x_n = \ldots\ldots;$ Esiste $\max\limits_{n\in\mathbb{N}} x_n$? ......; Esiste $\min\limits_{n\in\mathbb{N}} x_n$? ......

5] (4 pt.) Sia $a \in \mathbb{R}$ e sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ tre volte derivabile e tale che, per $x \to 1$,

$$f(x) = 1 + (a^2 - a)(a + 2)(x - 1) - 3(a - 1)(a + 1)(x - 1)^2 + (x - 1)^3 + o\big((x - 1)^3\big).$$

Stabilire per quali a il grafico di f presenta, nel punto di ascissa 1, uno dei seguenti comportamenti (specificando quale): massimo, minimo, flesso, flesso a tangente orizzontale.
Soluzione:

6] (4 pt.) Siano

$$A = [5,6) \cap (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \quad ; \quad B = (2,3) \quad ; \quad C = \{4 + \frac{1}{n} \ : \ n \in \mathbb{N}\}\,.$$

Detto $E = A \cup B \cup C$, determinare:

$\overset{\circ}{E}=$ ....

$\partial E =$ ....

$E' =$ ....

7] (6 pt.) Al variare di $a \in \mathbb{R}$, calcolare

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin^2(x^3) + \cos(2x^3) - 1}{e^{x^4 - 3x^6} + \log(1 - 2x^2 + ax^4) - 1 + 2x^2}\ .$$

Scrivere uno svolgimento completo.