

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Fisica, ANALISI MATEMATICA 1 (prova scritta)

19 giugno 2015 prof. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione **A**

1] (4 pt.) Sia

$$z = \frac{\sqrt{3} - i}{1 + i}.$$

Scrivere in forma algebrica il numero complesso z^8 .

Soluzione:

2] (4 pt.) Determinare tutti gli asintoti della funzione

$$f(x) = \log(1 + e^{-x}) \cos \frac{2}{\sqrt{|x|}}.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) La funzione

$$f(x) = \arctan 2x + \frac{\pi}{4} e^{x-\frac{1}{2}}$$

è invertibile su tutto \mathbb{R} . Detta g la sua inversa, allora

l'insieme di definizione di g è

$$g'(\pi/2) = \dots\dots\dots$$

4] (4 pt.) Determinare, al variare del parametro reale a il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left[\left(\frac{n+1}{n} \right)^{1/2} - 1 \right]^a \log(1 + 3n^{4a}).$$

Soluzione:

5] (4 pt.) Determinare la classe limite della successione

$$x_n = \left(\tan \left(\frac{n\pi}{2} - \frac{1}{n} \right) + \frac{n+5}{n} \right)^n.$$

Soluzione:

6] (4 pt.) Sia $E = A \cup B \cup C$, dove

$$A = [-2, 1] \setminus \mathbb{Q} \quad ; \quad B = [-1, 1) \quad ; \quad C = \{\log(e^2 + e^{-n}) : n \in \mathbb{Z}\}.$$

Determinare:

$$\overset{\circ}{E} = \dots\dots\dots$$

$$\partial E = \dots\dots\dots$$

$$E' = \dots\dots\dots$$

7] (6 pt.) Stabilire per quali $A, B \in \mathbb{R}$ esiste finito il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x+x^2} + \sqrt{1+x-2x^2} - 2 - x + Ax^2 + Bx^3}{x^2 \log(1+x+3x^2)}$$

e calcolarne il valore.

Scrivere uno svolgimento completo.