Cognome............................ Nome....................... Matricola..................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

16 settembre 2015 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione A

1] (4 pt.) Nel campo complesso, l'equazione

$$|z|^2 z^3 + (1 - i\sqrt{3})\overline{z} = 0$$

quante soluzioni ha? Scrivere tutte le soluzioni in forma algebrica o trigonometrica.

Soluzione:

2] (4 pt.) Sia

$$f(x) = \frac{2x+1}{2x} e^{-1/x} \,.$$

Determinare per quali $a \in \mathbb{R}$, l'equazione $f(x) = a$ ha esattamente due soluzioni.

Soluzione:

3] (3 pt.) Scrivere l'equazione della retta tangente al grafico della funzione

$$f(x) = x^3 \big(2 + \sin \frac{\pi}{x}\big)$$

nel punto di ascissa $x_0 = 1$.

Soluzione:

4] (4 pt.) Stabilire, per quali $a \in \mathbb{R}$ la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{\sqrt{(1+n^2)(3+n^{8a})}}{n^{2+a^2+3a}} \qquad \text{è convergente.}$$

Soluzione:

5] (5 pt.) Calcolare il valore della derivata sesta in zero $f^{(6)}(0)$, dove

$$f(x) = \sqrt{1 + \log(1 + 2x^2)}.$$

Scrivere un BREVE svolgimento:

6] (4 pt.) Per ogni $n \in \mathbb{N}$, siano

$$A_n = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \ \left(1+\frac{1}{n}\right)^n \leq \sqrt{x^2+y^2} < e + \frac{1}{3n} \right\},$$

allora

$$\bigcap_{n=1}^{+\infty} A_n = \Big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \Big\}$$

$$\bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n = \Big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \ : \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \Big\}$$

$\partial A_2 = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

A_2 è compatto?

7] (6 pt.) Al variare del parametro $b \in \mathbb{R}$, determinare la classe limite $\mathcal{E}$ della successione

$$x_n = b^n \arctan\left(n^{-b}\right).$$

Scrivere uno svolgimento completo.