

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Fisica, ANALISI MATEMATICA 1 (prova scritta)

11 luglio 2016 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione **A**

1] (4 pt.) Determinare la classe limite della successione

$$x_n = \frac{2 - 5 \cos\left(\frac{n\pi}{2}\right)}{3 + n^{-\cos(n\pi)}}.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Determinare tutte le soluzioni nel campo complesso dell'equazione

$$(2 + \operatorname{Re} z)(iz^4 - 2z) = 0.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Determinare il più ampio intervallo contenente 8 nel quale la seguente funzione è iniettiva:

$$f(x) = \begin{cases} x^2(x-8)^2 & \text{se } x \leq 8, \\ x-16 & \text{se } x > 8. \end{cases}$$

Soluzione:

4] (4 pt.) Stabilire per quali $a \in \mathbb{R}$ il punto $x_0 = 0$ è estremo della funzione

$$f(x) = \sin x - x \cos x + x \log(1 - ax^2) + ax^4,$$

specificandone il tipo.

Soluzione:

5] (4 pt.) Per ogni $a, b \in \mathbb{R}$, sia

$$f(x) = \begin{cases} ax + b & \text{se } x \leq 1, \\ \frac{\sin(\pi x)}{x - \sqrt[3]{x}} & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

Allora f è:

continua se e solo se

derivabile se e solo se

6] (4 pt.) Per ogni $n \in \mathbb{N}$, sia $A_n = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{1}{4n^2} \leq x^2 + y^2 \leq \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k+1}} \right\}$.

$$B := \bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n = \dots\dots\dots$$

$$C := \bigcap_{n=1}^{+\infty} A_n = \dots\dots\dots$$

B è chiuso?

C è compatto?

7] (6 pt.) Al variare di $a \in \mathbb{R}$, studiare la convergenza assoluta e quella semplice della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} (-1)^n \frac{n^a}{1+n^{2a}} . \quad (\text{Potrebbe essere utile considerare } f(x) = \frac{x^a}{1+x^{2a}}, x > 0.)$$

Scrivere uno svolgimento completo.