

Cognome..... Nome..... Matricola.....

Desidero sostenere la prova orale Lunedì 8 febbraio sì oppure successivamente sì

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

5 febbraio 2016 prof. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione **A**

1] (4 pt.) Stabilire per quali valori del parametro reale a è convergente la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(2n - e^{-n}) \log(5 + n^3)}{(1 + 5 \log n)^{2a+3} \log(e^{n^2} + 3n)}.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Scrivere in forma algebrica tutti i numeri complessi z tali che

$$(z - 1)^3 = 4(1 + i)^2.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Sia $f : (1, 5) \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile e strettamente monotona in $(1, 5)$ tale che, per $x \rightarrow 2$,

$$f(x) = -3 + \frac{2}{5}(x - 2) + o(x - 2).$$

Siano $I = f((1, 5))$ e $g : I \rightarrow (1, 5)$ la funzione inversa di f . Determinare lo sviluppo di Taylor del primo ordine di g centrato in -3 , con resto di Peano.

Soluzione:

4] (4 pt.) Per ogni $a, b \in \mathbb{R}$, sia

$$f(x) = \begin{cases} a \cos x + b \sin x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{\log(1+x)}{2x} & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Allora f è:

continua se e solo se

derivabile se e solo se

5] (4 pt.) Siano

$$f(x) = \begin{cases} 3(x-1)^2 & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{1}{x-1} + 2 & \text{se } x > 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = f(|x|).$$

Determinare il più ampio intervallo aperto, non limitato, contenente 1 dove la funzione g è invertibile.

Soluzione:

6] (4 pt.) Si considerino i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R}

$$A = \bigcup_{n=1}^{+\infty} \left[-\frac{1}{n}, 2 - \frac{1}{n}\right] \quad , \quad B = \left\{(-1)^n \left(2 + \frac{1}{n}\right) : n \in \mathbb{N}\right\} \quad , \quad E = A \cup B .$$

Determinare:

$A = \dots\dots\dots$

$\overset{\circ}{E} = \dots\dots\dots$

$E' = \dots\dots\dots$

E è limitato? $\dots\dots\dots$ E è chiuso? $\dots\dots\dots$

7] (6 pt.) Calcolare, al variare di $c \in \mathbb{R}$, il limite destro

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 + 3x)^x - \cos(x^3) - 3x^2 + \frac{9}{2}x^3 + cx^4}{x^5} .$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome..... Nome..... Matricola.....

Desidero sostenere la prova orale Lunedì 8 febbraio sì oppure successivamente sì

C.I. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

5 febbraio 2016 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione **B**

1] (4 pt.) Stabilire per quali valori del parametro reale a è convergente la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(\cos^2 n + 3n^2) \log(2+n)}{(\log(n+1) + 2)^{a+5} \log(2+e^{n^3})}.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Scrivere in forma algebrica tutti i numeri complessi z tali che

$$(z+2)^3 = 4(1+i)^2.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Sia $f : (1, 5) \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile e strettamente monotona in $(1, 5)$ tale che, per $x \rightarrow 2$,

$$f(x) = 4 - \frac{3}{7}(x-2) + o(x-2).$$

Siano $I = f((1, 5))$ e $g : I \rightarrow (1, 5)$ la funzione inversa di f . Determinare lo sviluppo di Taylor del primo ordine di g centrato in 4, con resto di Peano.

Soluzione:

4] (4 pt.) Per ogni $a, b \in \mathbb{R}$, sia

$$f(x) = \begin{cases} a \sin x + b \cos x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{e^{2x} - 1}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Allora f è:

continua se e solo se

derivabile se e solo se

5] (4 pt.) Siano

$$f(x) = \begin{cases} 5(x-2)^2 & \text{se } x \leq 2 \\ \frac{1}{x-2} + 1 & \text{se } x > 2 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = f(|x|).$$

Determinare il più ampio intervallo aperto, non limitato, contenente 2 dove la funzione g è invertibile.

Soluzione:

6] (4 pt.) Si considerino i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R}

$$A = \bigcup_{n=1}^{+\infty} \left[-3 + \frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right] \quad , \quad B = \left\{(-1)^n \left(3 + \frac{1}{n}\right) : n \in \mathbb{N}\right\} \quad , \quad E = A \cup B .$$

Determinare:

$A = \dots\dots\dots$

$\overset{\circ}{E} = \dots\dots\dots$

$E' = \dots\dots\dots$

E è limitato? $\dots\dots\dots$ E è chiuso? $\dots\dots\dots$

7] (6 pt.) Calcolare, al variare di $c \in \mathbb{R}$, il limite destro

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1-x)^x - \cos(x^3) + x^2 + \frac{1}{2}x^3 + cx^4}{x^5} .$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome..... Nome..... Matricola.....

Desidero sostenere la prova orale Lunedì 8 febbraio sì oppure successivamente sì

C.I. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

5 febbraio 2016 prof. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione **C**

1] (4 pt.) Stabilire per quali valori del parametro reale a è convergente la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(1 + 2 \log n)^{2a+3} \log(e^n + n^3)}{(5n^2 + e^{-n}) \log(3 + 2n)}.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Scrivere in forma algebrica tutti i numeri complessi z tali che

$$(z + 1)^3 = 4(1 + i)^2.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Sia $f : (1, 5) \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile e strettamente monotona in $(1, 5)$ tale che, per $x \rightarrow 2$,

$$f(x) = 3 + \frac{5}{3}(x - 2) + o(x - 2).$$

Siano $I = f((1, 5))$ e $g : I \rightarrow (1, 5)$ la funzione inversa di f . Determinare lo sviluppo di Taylor del primo ordine di g centrato in 3, con resto di Peano.

Soluzione:

4] (4 pt.) Per ogni $a, b \in \mathbb{R}$, sia

$$f(x) = \begin{cases} a \sin x + b \cos x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{\log(1 - 2x)}{x} & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Allora f è:

continua se e solo se

derivabile se e solo se

5] (4 pt.) Siano

$$f(x) = \begin{cases} 4(x - 1)^2 & \text{se } x \leq 1 \\ \frac{1}{x - 1} + 3 & \text{se } x > 1 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = f(|x|).$$

Determinare il più ampio intervallo aperto, non limitato, contenente 1 dove la funzione g è invertibile.

Soluzione:

6] (4 pt.) Si considerino i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R}

$$A = \bigcup_{n=1}^{+\infty} \left[-\frac{1}{n}, 3 - \frac{1}{n}\right] \quad , \quad B = \left\{(-1)^n \left(3 + \frac{1}{n}\right) : n \in \mathbb{N}\right\} \quad , \quad E = A \cup B .$$

Determinare:

$$A = \dots\dots\dots$$

$$\overset{\circ}{E} = \dots\dots\dots$$

$$E' = \dots\dots\dots$$

E è limitato? $\dots\dots\dots$ E è chiuso? $\dots\dots\dots$

7] (6 pt.) Calcolare, al variare di $c \in \mathbb{R}$, il limite destro

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1+x)^x - \cos(x^3) - x^2 + \frac{1}{2}x^3 + cx^4}{x^5} .$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome..... Nome..... Matricola.....

Desidero sostenere la prova orale Lunedì 8 febbraio sì oppure successivamente sì

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

5 febbraio 2016 prof. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione **D**

1] (4 pt.) Stabilire per quali valori del parametro reale a è convergente la serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(3 + 5 \log n)^{a-4} (3n + \log n)}{\log(2n + e^{n^2}) (1 + \log(2 + n^3))}.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Scrivere in forma algebrica tutti i numeri complessi z tali che

$$(z - 2)^3 = 4(1 + i)^2.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) Sia $f : (1, 5) \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile e strettamente monotona in $(1, 5)$ tale che, per $x \rightarrow 2$,

$$f(x) = -4 - \frac{5}{7}(x - 2) + o(x - 2).$$

Siano $I = f((1, 5))$ e $g : I \rightarrow (1, 5)$ la funzione inversa di f . Determinare lo sviluppo di Taylor del primo ordine di g centrato in -4 , con resto di Peano.

Soluzione:

4] (4 pt.) Per ogni $a, b \in \mathbb{R}$, sia

$$f(x) = \begin{cases} a \cos x + b \sin x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{e^x - 1}{3x} & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Allora f è:

continua se e solo se

derivabile se e solo se

5] (4 pt.) Siano

$$f(x) = \begin{cases} 3(x - 2)^2 & \text{se } x \leq 2 \\ \frac{1}{x - 2} + 1 & \text{se } x > 2 \end{cases} \quad \text{e} \quad g(x) = f(|x|).$$

Determinare il più ampio intervallo aperto, non limitato, contenente 2 dove la funzione g è invertibile.

Soluzione:

6] (4 pt.) Si considerino i seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R}

$$A = \bigcup_{n=1}^{+\infty} \left[-2 + \frac{1}{n}, \frac{1}{n}\right] \quad , \quad B = \left\{(-1)^n \left(2 + \frac{1}{n}\right) : n \in \mathbb{N}\right\} \quad , \quad E = A \cup B .$$

Determinare:

$A = \dots\dots\dots$

$\overset{\circ}{E} = \dots\dots\dots$

$E' = \dots\dots\dots$

E è limitato? $\dots\dots\dots$ E è chiuso? $\dots\dots\dots$

7] (6 pt.) Calcolare, al variare di $c \in \mathbb{R}$, il limite destro

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(1 + 2x)^x - \cos(x^3) - 2x^2 + 2x^3 + cx^4}{x^5} .$$

Scrivere uno svolgimento completo.