Cognome............................ Nome....................... Matricola..................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

17 febbraio 2016 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione A

1] (4 pt.) Stabilire per quali valori del parametro reale β è convergente la seguente serie (specificando se si tratta di convergenza semplice o assoluta)

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \left(\frac{\beta}{2\beta-6}\right)^n \frac{1}{\sqrt{n}\log^3 n}\,.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Sia $L = \{z \in \mathbb{C} \ : \ \mathrm{Re}(z) \le 0 \ , \ \mathrm{Im}(z) \ge 0\}$ e sia S l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$z^3 = -\frac{i}{2}|z|\overline{z}\,.$$

Allora $\mathrm{Card}(S) = \ldots\ldots\ldots$

Gli elementi di $S \cap L$ in forma trigonometrica o esponenziale sono $\ldots\ldots\ldots\ldots$

3] (4 pt.) Sia $f : (0,2) \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che, per $x \in (0,1) \cup (1,2)$,

$$f(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\sqrt[3]{x+7}-2}\,.$$

Allora $f(1) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

4] (4 pt.) Sia $f(x) = x - \sqrt{1+2x^2}$.

Allora

$f(\mathbb{R}) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

5] (4 pt.) Determinare la classe limite della successione

$$x_n = \frac{(-1)^{n+1}3^n + \big(1+(-1)^{n+1}\big)2^{n+1}}{\big(1+(-1)^n\big)3^{n+1} + (-1)^n 2^n}\,.$$

Soluzione:

6] (4 pt.) In $\mathbb{R}^2$ si consideri l'insieme $E = (A \cap B) \cup C$ dove

$$A = \Big\{(x,y) \ : \ x^2 + y^2 \le 2\Big\} \quad , \quad B = \Big\{(x,y) \ : \ x > 0\Big\} \quad , \quad C = \Big\{\big(\tfrac{1}{n} - 3\,,\, 1\big) \quad : \quad n \in \mathbb{N}\Big\}.$$

Determinare:

$\overset{\circ}{E}=$ ....

$E' =$ ....

$\partial E =$ ....

7] (6 pt.) Calcolare, al variare di $c \in \mathbb{R}$, il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{2x - x^2} - 1 - x^2 - \sin(2x)}{\sqrt[4]{1 + x^3} - \cos(cx + x^5)} \ .$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome.............................. Nome......................... Matricola...................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

17 febbraio 2016 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione B

1] (4 pt.) Stabilire per quali valori del parametro reale β è convergente la seguente serie (specificando se si tratta di convergenza semplice o assoluta)

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \left(\frac{2\beta}{\beta-9}\right)^n \frac{1}{\sqrt[3]{n}\log^2 n}\,.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Sia $L = \{z \in \mathbb{C} \ : \ \mathrm{Re}(z) \leq 0 \ , \ \mathrm{Im}(z) \leq 0\}$ e sia S l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$z^3 = 3i|z|\overline{z}\,.$$

Allora $\mathrm{Card}(S) = \ldots\ldots\ldots$

Gli elementi di $S \cap L$ in forma trigonometrica o esponenziale sono ....

3] (4 pt.) Sia $f : (0,2) \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che, per $x \in (0,1) \cup (1,2)$,

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{2x+6}-2}{\cos(\frac{\pi}{2}x)}\,.$$

Allora $f(1) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

4] (4 pt.) Sia $f(x) = x + \sqrt{1+4x^2}$.

Allora

$f(\mathbb{R}) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

5] (4 pt.) Determinare la classe limite della successione

$$x_n = \frac{(-1)^{n+1}2^{n+1} + \big(1+(-1)^{n+1}\big)3^n}{\big(1+(-1)^n\big)2^n + (-1)^n 3^{n+1}}\,.$$

Soluzione:

6] (4 pt.) In $\mathbb{R}^2$ si consideri l'insieme $E = (A \cap B) \cup C$ dove

$$A = \Big\{(x, y) \ : \ x^2 + y^2 < 3\Big\} \quad , \quad B = \Big\{(x, y) \ : \ y \leq 0\Big\} \quad , \quad C = \Big\{\big(4, 1 + \tfrac{1}{n}\big) \ : \ n \in \mathbb{N}\Big\} .$$

Determinare:

$\overset{\circ}{E}=$ . . . .

$E' =$ . . . .

$\partial E =$ . . . .

7] (6 pt.) Calcolare, al variare di $c \in \mathbb{R}$, il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{x+2x^2} - 1 - \frac{5}{2}x^2 - \sin x}{\sqrt[4]{1 + cx^2} - \cos(x\sqrt{x} + x^5)} .$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome............................ Nome....................... Matricola..................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

17 febbraio 2016 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione C

1] (4 pt.) Stabilire per quali valori del parametro reale β è convergente la seguente serie (specificando se si tratta di convergenza semplice o assoluta)

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \left(\frac{3\beta}{8-\beta}\right)^n \frac{1}{n\sqrt{\log n}}\,.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Sia $L = \{z \in \mathbb{C} \ : \ \mathrm{Re}(z) \le 0 \ , \ \mathrm{Im}(z) \le 0\}$ e sia S l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$z^3 = \frac{i}{3}|z|\overline{z}\,.$$

Allora $\mathrm{Card}(S) = \ldots\ldots\ldots$

Gli elementi di $S \cap L$ in forma trigonometrica o esponenziale sono ....

3] (4 pt.) Sia $f : (0,2) \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che, per $x \in (0,1) \cup (1,2)$,

$$f(x) = \frac{\sqrt[3]{3x+5} - 2}{\sin(\pi x)}\,.$$

Allora $f(1) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

4] (4 pt.) Sia $f(x) = x - \sqrt{1+4x^2}$.

Allora

$f(\mathbb{R}) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

5] (4 pt.) Determinare la classe limite della successione

$$x_n = \frac{(-1)^n 3^{n+1} + \big(1 + (-1)^n\big) 2^{n+1}}{\big(1 + (-1)^{n+1}\big) 3^n + (-1)^{n+1} 2^n}\,.$$

Soluzione:

6] (4 pt.) In $\mathbb{R}^2$ si consideri l'insieme $E = (A \cap B) \cup C$ dove

$$A = \Big\{(x, y)\ :\ x^2 + y^2 < 2\Big\} \quad , \quad B = \Big\{(x, y)\ :\ x \le 0\Big\} \quad , \quad C = \Big\{\big(2 + \tfrac{1}{n}\,,\, 3\big)\ :\ n \in \mathbb{N}\Big\}.$$

Determinare:

$\overset{\circ}{E}=$ ....

$E' =$ ....

$\partial E =$ ....

7] (6 pt.) Calcolare, al variare di $c \in \mathbb{R}$, il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{2x+x^2} - 1 - 3x^2 - \sin(2x)}{\sin(cx^2 + x^5) - \log(1 + 3x^3)} \ .$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome............................ Nome........................ Matricola..................

C.l. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

17 febbraio 2016 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione D

1] (4 pt.) Stabilire per quali valori del parametro reale β è convergente la seguente serie (specificando se si tratta di convergenza semplice o assoluta)

$$\sum_{n=3}^{+\infty} \left(\frac{\beta-6}{2\beta}\right)^n \frac{1}{\sqrt[4]{n}\log^4 n}\,.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Sia $L = \{z \in \mathbb{C} \;:\; \mathrm{Re}(z) \le 0\;,\; \mathrm{Im}(z) \ge 0\}$ e sia S l'insieme delle soluzioni dell'equazione

$$z^3 = -2|z|\overline{z}\,.$$

Allora Card$(S) = \ldots\ldots\ldots$

Gli elementi di $S \cap L$ in forma trigonometrica o esponenziale sono $\ldots\ldots\ldots\ldots$

3] (4 pt.) Sia $f : (0,2) \to \mathbb{R}$ una funzione continua tale che, per $x \in (0,1) \cup (1,2)$,

$$f(x) = \frac{\cos(\frac{\pi}{2}x)}{\sqrt[3]{4x+4}-2}\,.$$

Allora $f(1) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

4] (4 pt.) Sia $f(x) = x + \sqrt{1+2x^2}$.

Allora

$f(\mathbb{R}) = \ldots\ldots\ldots\ldots$

5] (4 pt.) Determinare la classe limite della successione

$$x_n = \frac{(-1)^n 2^n + \big(1+(-1)^n\big)3^{n+1}}{\big(1+(-1)^{n+1}\big)2^n + (-1)^{n+1}3^n}\,.$$

Soluzione:

6] (4 pt.) In $\mathbb{R}^2$ si consideri l'insieme $E = (A \cap B) \cup C$ dove

$$A = \Big\{(x,y)\ :\ x^2 + y^2 \leq 3\Big\} \quad , \quad B = \Big\{(x,y)\ :\ y > 0\Big\} \quad , \quad C = \Big\{\big(\tfrac{1}{n} - 3\,,\, 2\big)\ :\ n \in \mathbb{N}\Big\}.$$

Determinare:

$\overset{\circ}{E}=$ ....

$E' =$ ....

$\partial E =$ ....

7] (6 pt.) Calcolare, al variare di $c \in \mathbb{R}$, il limite

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^{x - 2x^2} - 1 + \frac{3}{2}x^2 - \sin x}{\log(1 + cx^2 + x^5) - \sin(4x^3)} \ .$$

Scrivere uno svolgimento completo.