

Cognome..... Nome..... Matricola.....

Desidero sostenere la prova orale Martedì 28 giugno sì oppure successivamente sì

C.I. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

23 giugno 2016 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione **A**

1] (4 pt.) Stabilire per quali valori del parametro reale a è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctan(n^{3a})}{n^{a-5}}.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Determinare le soluzioni nel campo complesso dell'equazione

$$(2z - 1)^3 = (1 + i\sqrt{3})^3.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) La funzione

$$f(x) = 3x - \arctan(x - 2) - 6$$

è invertibile in tutto \mathbb{R} . Detta g la sua funzione inversa, scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di g nel punto $(0, g(0))$.

Soluzione:

4] (4 pt.) Siano $f(x) = (2x + 1)e^{-x^2}$ e $A = \{f(x) : -1 < x < 1\}$. Allora

$\sup A = \dots\dots\dots$; $\inf A = \dots\dots\dots$; Esiste $\max A$? $\dots\dots$; Esiste $\min A$? $\dots\dots$

5] (4 pt.) Per ogni $a, b \in \mathbb{R}$, sia

$$f(x) = \begin{cases} ax + be^x & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{x \cos x}{\log(1 - 2x)} & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Allora f è:

continua se e solo se $\dots\dots\dots$

derivabile se e solo se $\dots\dots\dots$

6] (4 pt.) In \mathbb{R}^2 , si considerino gli insiemi

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| < 1, |y| < 2, x \in \mathbb{Q} \right\}, \quad B = \left\{ \left(4 - \frac{1}{n}, \frac{1}{n} - 4 \right) : n \in \mathbb{N} \right\}$$

e $C = A \cup B$. Allora

$$\overset{\circ}{C} = \dots\dots\dots$$

$$\overline{C} = \dots\dots\dots$$

$$C' = \dots\dots\dots$$

7] (6 pt.) Al variare del parametro reale a , calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \left(\sqrt{1 + \sin^2 x} - 1 - \frac{1}{2} \log(1 + x^2) \right)$$

Scrivere uno svolgimento completo.

Cognome..... Nome..... Matricola.....

Desidero sostenere la prova orale Martedì 28 giugno sì oppure successivamente sì

C.I. in Fisica, **ANALISI MATEMATICA 1** (prova scritta)

23 giugno 2016 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione **B**

1] (4 pt.) Stabilire per quali valori del parametro reale a è convergente la serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{\arctan(n^{4a})}{n^{a-7}}.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Determinare le soluzioni nel campo complesso dell'equazione

$$(2z + 1)^3 = (\sqrt{3} + i)^3.$$

Soluzione:

3] (4 pt.) La funzione

$$f(x) = 4x - \arctan(x - 3) - 12$$

è invertibile in tutto \mathbb{R} . Detta g la sua funzione inversa, scrivere l'equazione della retta tangente al grafico di g nel punto $(0, g(0))$.

Soluzione:

4] (4 pt.) Siano $f(x) = (2x - 1)e^{-x^2}$ e $A = \{f(x) : -1 < x < 1\}$. Allora

$\sup A = \dots\dots\dots$; $\inf A = \dots\dots\dots$; Esiste $\max A$? $\dots\dots$; Esiste $\min A$? $\dots\dots$

5] (4 pt.) Per ogni $a, b \in \mathbb{R}$, sia

$$f(x) = \begin{cases} ae^{-x} + bx & \text{se } x \leq 0 \\ \frac{\sin x}{1 - \sqrt[3]{1+x}} & \text{se } x > 0 \end{cases}.$$

Allora f è:

continua se e solo se $\dots\dots\dots$

derivabile se e solo se $\dots\dots\dots$

6] (4 pt.) In \mathbb{R}^2 , si considerino gli insiemi

$$A = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| < 2, |y| < 1, y \in \mathbb{Q} \right\}, \quad B = \left\{ \left(\frac{1}{n} - 3, 3 - \frac{1}{n} \right) : n \in \mathbb{N} \right\}$$

e $C = A \cup B$. Allora

$$\overset{\circ}{C} = \dots\dots\dots$$

$$\overline{C} = \dots\dots\dots$$

$$C' = \dots\dots\dots$$

7] (6 pt.) Al variare del parametro reale a , calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^a \left(\sqrt{1 + \operatorname{Sh}^2 x} - \frac{1}{4} \log(1 + 2x^2) - 1 \right)$$

Scrivere uno svolgimento completo.