

Cognome..... Nome..... Matricola.....

C.I. in Fisica, ANALISI MATEMATICA 1 (prova scritta)

15 settembre 2016 proff. M. Salvatori, L. Vesely durata: **90 minuti** versione **A**

1] (4 pt.) Calcolare, al variare del parametro positivo $a > 0$, il

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{(n^a + \log n)^3 - n^{3a}}{2n + \sqrt{n}}.$$

Soluzione:

2] (4 pt.) Determinare le soluzioni nel campo complesso dell'equazione

$$\left(\bar{z} - \frac{1}{z}\right)(z^3 + 4) = 0,$$

specificando la cardinalità dell'insieme delle soluzioni.

Soluzione:

3] (4 pt.) Data la funzione

$$f(x) = \frac{\sin(x^4)}{\sqrt{1+x^8}}$$

calcolare $f^{(20)}(0)$, ovvero la derivata 20-esima di f in $x = 0$.

Soluzione:

4] (4 pt.) Sia $A = \{a \in \mathbb{R} : a = (y+2)|2x-5|, 1 < x \leq 5, -1 < y < 3\}$. Allora

$\sup A = \dots\dots\dots$; $\inf A = \dots\dots\dots$; Esiste $\max A$? $\dots\dots$; Esiste $\min A$? $\dots\dots$

5] (4 pt.) Calcolare il

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 1 - \log x - \frac{1}{2} \log^2 x}{(e^x - e)^3}.$$

Soluzione:

6] (4 pt.) In \mathbb{R} , si considerino gli insiemi

$$A = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \left[\frac{1}{n^2} - 2, 2 + \frac{1}{n} \right] \quad , \quad B = \left\{ \frac{7n \cos(n\pi)}{n+1} : n \in \mathbb{N} \right\}$$

e $C = A \cup B$. Allora

$$\overset{\circ}{C} = \dots\dots\dots$$

$$\overline{C} = \dots\dots\dots$$

$$\partial C = \dots\dots\dots$$

7] (6 pt.) Al variare di $x \in \mathbb{R}$ studiare la convergenza assoluta e la convergenza semplice della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}} \left(\frac{4(x-1)}{x^2} \right)^n .$$

Scrivere uno svolgimento completo.