Analisi Matematica 1- Corso di Laurea in Fisica

ESERCIZI –Foglio 5

1. Stabilire quali delle seguenti successioni sono regolari e in tal caso calcolarne il limite.

   (a) $a_n = \frac{n}{n+1} + \cos(n\frac{\pi}{2})$ (b) $a_n = n \log\left(\frac{n+1}{n^2+2}\right)$

   (c) $a_n = \dfrac{n^2 + (-1)^n + 3n^5}{\sin n + 7n^5}$ (d) $a_n = \dfrac{3^{n^2+2} + 2^{n^2}}{3^{n^2-3} + 3^n}$

   (e) $a_n = \dfrac{\sqrt[3]{n} - 2}{2\sqrt[3]{n} + 4}$ (f) $a_n = \dfrac{(\log_2 n)^5 - (\log_2 n)^3}{2(\log_2 n)^5 + 7}$

   (g) $a_n = \dfrac{\sin n}{n}$ (h) $a_n = \sqrt[5]{n} + (-1)^n n$

2. Calcolare, se esiste, il $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$

   (a) $a_n = n^2 - \sin(n^2\frac{\pi}{2})$ (b) $a_n = \sqrt[n]{2^n + 3^n}$

   (c) $a_n = \dfrac{5^n - 2^n}{4^{2n+1} + 2^n}$ (d) $a_n = \left(\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{(\log_2 n)^4}}$

3. Determinare per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la successione

$$x_n = (1 - \sqrt{n})\left(a - \cos\frac{(2n+1)\pi}{3}\right)$$

   è regolare.

4. Fornire un esempio di successione a valori reali, limitata, non convergente e che non ammette minimo.

5. Calcolare, se esiste, il $\lim\limits_{n\to+\infty} a_n$

   (a) $a_n = (-1)^n\sqrt{\frac{n^3}{n^2+2}}$ (b) $a_n = \dfrac{\log_3(1+3^n) - 2n}{n+3}$

   (c) $a_n = \dfrac{1}{\sqrt{n}}\log_2\left(\dfrac{n^2+1}{n-1}\right)$ (d) $a_n = \dfrac{\sin(n!) + 9^n}{5n^2 + n2^{3n}}$

   (e) $a_n = \dfrac{5^{-n} + n^{n+2}}{\sin(3^n) + n^{n+1}}$ (f) $a_n = \dfrac{\log_{10}(10^n + 4) - \sqrt[4]{n}}{\sqrt{n^2+5n} - n}$

   (g) $a_n = \dfrac{2^{3\log_2 n + 5}}{\sqrt[n]{2}(n^5 + 3\log_2 n)}$ (h) $a_n = \dfrac{\log_2(1+n^3) - \log_2 n}{\log_2(5+n^6) + \cos\sqrt{n}}$

6. Calcolare, se esiste, $\lim_{n\to+\infty} a_n$:

(a) $a_n = \dfrac{5^n - 2^n}{4^{2n+1} + 2^n}$; (b) $a_n = \dfrac{n^2}{2^n - 5^n}$; (c) $a_n = \dfrac{\sqrt{n^3 + 9n^2} - \sqrt{n^4 + 1}}{n^2 + 2}$;

(d) $a_n = \sqrt[2n]{1 + n^2}$; (e) $a_n = \sqrt[n]{2^n + 3^n}$; (f) $a_n = \sqrt[n]{n \log_2 n}$;

(g) $a_n = \dfrac{\log(3n) - \log(n^4)}{2\log(5n)}$; (h) $a_n = \dfrac{n2^n}{3^n}$; (i) $a_n = \dfrac{n^3 \log n - (\log n)^4}{(-1)^n n^2 + 5(n \log n)^3 + 1}$.