Breve presentazione del corso

Analisi Convessa

(laurea magistrale in Matematica, 2015-2016, II semestre, 42 ore)

A causa di un cambiamento dell'orario a Fisica il giorno lunedì 21 settembre 2015, non potrò fare in aula i miei 10 minuti di presentazione (prevista per le 11:05) di questo corso. Ecco una presentazione scritta. Per ulteriori informazioni, rivolgetevi direttamente a me personalmente o via email.

Quest'anno, diversamente dalle edizioni precedenti, ***ho aggiunto ai prerequisiti le conoscenze base di Analisi Funzionale****. Questa mia decisione è stata motivata dall'esperienza fatta nell'edizione precedente (2012-2013) alla quale hanno partecipato diversi studenti con buone conoscenze di Analisi Funzionale e altrettanti studenti del terzo anno che non ne avevano. Ho cercato di fare una specie di compromesso spiegando gli strumenti che avrei poi usato, ma alla fine ne è uscito un corso "né carne né pesce", troppo facile per i conoscitori di An. Funzionale e troppo difficile per gli altri.*

Un altra novità è la mia disponibilità di dare al corso ***una delle due impronte, quella preferita dalla maggioranza degli studenti,*** *tra: un carattere prevalentemente generale e uno più "funzionale" (riguardante funzioni). Per maggiori dettagli vi rimando al* ***programma ufficiale del corso****.*

Il corso è rivolto a tutti gli studenti interessati che abbiano conoscenze base di Analisi Reale, di Topologia Generale e di Analisi Funzionale.

Analisi Convessa studia insiemi convessi, funzioni convesse ed i relativi problemi estremali (minimizzazione, massimizzazione) in spazi finito- e infinito-dimensionali. Nel corso si intende rimanere soprattutto nell'ambito degli spazi normati.

La definizione di convessità (per insiemi o funzioni) è di natura geometrica e richiede solamente la struttura algebrica di uno spazio vettoriale. Ma solo in presenza di un'ulteriore struttura, quella topologica, –come in $\mathbf{R}^n$, in spazi normati o in spazi vettoriali topologici– la Convessità rivela la sua forza: gli insiemi convessi (o funzioni convesse) hanno diverse proprietà topologiche ed analitiche che invece altri insiemi (o funzioni) non sempre hanno. Alcuni importanti risultati di Analisi Matematica sono spesso basati sulla convessità.

(Ad esempio, parlando un po' approssimativamente, sotto opportune ipotesi, un'equazione (a derivate parziali) ellittica equivale all'equazione $J'(u)=0$, dove u è la funzione incognita e J è un funzionale ("funzionale di energia") convesso differenziabile su un opportuno spazio X di funzioni. Grazie alla convessità di J, l'equazione $J'(u)=0$ equivale al fatto che la funzione u minimizzi il funzionale J. Se lo spazio X è riflessivo (una nozione di Analisi Funzionale), usando un teorema astratto si ottiene l'esistenza del minimo di J e quindi l'esistenza di soluzioni dell'equazione ellittica. Se J è anche strettamente convesso, la soluzione del problema iniziale è anche unica.)

Uno dei motivi per cui l'Analisi Convessa mi piace è il fatto che l'idea base della dimostrazione di molti risultati, anche quelli infinito-dimensionali, di Analisi Convessa possa essere spesso facilmente visualizzata utilizzando dei semplici disegni.

Il **programma ufficiale del corso** può essere consultato nel file *Programma ufficiale* sulla mia pagina web, riquadro di Analisi Convessa. Nel corso verranno trattati alcuni degli argomenti in esso elencati. La scelta degli argomenti (e la profondità della trattazione) verrà fatta in funzione delle conoscenze dei frequentanti del corso e dei loro interessi.

Per quanto riguarda i concetti ed i teoremi di Analisi Funzionale (come, ad es., lo spazio duale, la riflessività, i teoremi di separazione di insiemi convessi o le topologie deboli) necessari per l'esposizione di alcuni risultati, essi verranno solo richiamati brevemente.

Libor Vesely
(docente del corso)