Data di compilazione 23 luglio 2015

Cognome e Nome docente
Vesely Libor

ANALISI CONVESSA (Convex Analysis)

Obiettivi (dettagli AF)
Analisi Convessa studia insiemi convessi, funzioni convesse e relativi problemi estremali (minimizzazione, massimizzazione) in spazi finito- e infinito-dimensionali. Nel corso si intende rimanere prevalentemente nell'ambito degli spazi normati.
Verranno trattati alcuni dei seguenti argomenti (la scelta dipenderà dalle conoscenze e gli interessi dei partecipanti), seguendo una delle due linee: "linea generale" o "linea funzionale".

Obiettivi in inglese
Convex Analysis is devoted to study convex sets, convex functions and related extremal problems (minimization, maximization) in finite and infinite dimensional spaces.
The course will remain mainly in the framework of normed spaces.
I shall treat some of the topics listed below (the choice will depend on knowledge and interests of the students), following one of the two lines: "general line" or "functional line".

Competenze acquisite
Conoscenza degli argomenti del corso e loro applicazione a semplici problemi teorici.

Competenze acquisite in inglese
Knowledge of the topics of the course and their application to simple theoretical problems.

Programma in italiano
- Convessità in spazi vettoriali: teoremi algebrici di separazione.
- Cenni agli spazi vettoriali topologici: topologie deboli.
- Convessità in spazi normati e di Banach: proprietà topologiche di insiemi convessi, involucri convessi, continuità di funzioni convesse, teoremi topologici di separazione, estendibilità di funzioni convesse lipschitziane.
- Convessità finito dimensionale: interno relativo, teoremi di Carathéodory e di Helly, teoremi di Jensen e di Hermite-Hadamard, punti estremi di insiemi convessi compatti finito dimensionali (t. di Minkowski).
- Minimizzazione di funzioni convesse.

Linea generale:
- Teoremi di Krein-Milman e di Milman sulla rappresentabilità tramite punti estremi, principio di massimo di Bauer.
- Boundaries e punti di supporto: teorema di Bishop-Phelps, teoremi di Rodé e di James (caso separabile).
- Dualità di insiemi convessi: annullatori, polari.
- Serie convesse, insiemi CS-chiusi e CS-compatti.
- Subdifferenziale di funzioni convesse e differenziabilità.
- Differenziabilità di funzioni convesse a meno di insiemi piccoli, cenni sugli spazi di Asplund.
- Selezioni di mappe multivoche a valori convessi, teorema di Michael.

Linea funzionale:

- Subdifferenziale e calcolo subdifferenziale.
- Cenni su subdifferenziale e differenziabilità.
- Principio variazionale di Ekeland, teorema di Bronsted-Rockafellar.
- Dualità di Fenchel.
- Approssimazione di funzioni tramite la convoluzione infimale.
- Teoremi di minimax.

Programma in inglese

- Convexity in vector spaces: algebraic separation theorems.
- Short account of topological vector spaces: weak topologies.
- Convexity in normed and Banach spaces: topological properties of convex sets, convex hulls, continuity of convex functions, topoloigical speration theorems, extendability of convex Lipschitz functions.
- Finite dimensional convexity: relative interior, Carathéodory theorem and Helly theorem, Jensens's theorem and Hermite-Hadamard theorem, extreme ponts of finite dimensional convex sets (Minkowski thm.).
- Minimization of convex functions.

General line

- Theorems by Krein-Milman and Milman on representability of convex sets by their extreme points, Bauer' maximum principle.
- Boundaries and support points: Bishop-Phelps theorem, theorems of Rodé and James (separable case).
- Duality of convex sets: anihilators and polars.
- Convex series, CS-closed and CS-compact sets.
- Subdifferential of convex functions and differentiability.
- Differentiability of convex functions outside small sets, short account of Asplund spaces.
- Selections of multivalued mapping with convex values, Michael's theorem.

Functional line

- Subdifferential and subdifferential calculus.
- Short account on subdifferential and differentiability.
- Ekeland's variational principle, Bronsted-Rockafellar theorem.
- Fenchel duality.
- Aproximation of convex functions through infimal convolutions.
- Minimax theorems.

Propedeuticità consigliate

Analisi reale; Geometria 4; Elementi di analisi funzionale.

Materiale di riferimento

Appunti personali dello studente
Dispense su alcune parti del corso sul sito web del docente
Referenze bibliografiche verranno date durante il corso

Prerequisiti

Elementi di teoria della misura e dell'integrale secondo Lebesgue, spazi L^p. Spazi di Hilbert. Spazi normati e di Banach. Spazio duale. Spazi riflessivi. Topologie deboli (o almeno convergenze deboli).

Metodi didattici

Lezione tradizionale.

Modalità di esame:
Orale

Lingua in cui è tenuto l'insegnamento
Italiano

Pagina web del corso
http://users.mat.unimi.it/users/libor/

Altre informazioni
L'esame si svolgerà su appuntamento.