

GABRIELE LUCCHINI [1](*)

«**Matematica e Cultura**»
nella preparazione del professore di matematica [2]()**

In memoria di Francesco Speranza

1.1 - Da anni utilizzo nel mio corso di *Matematiche complementari* scritti di FRANCESCO SPERANZA su «Matematica e Cultura».

Non faccio una trattazione sistematica, critica o apologetica: mi limito a titoli, indici o sommari e citazioni per proporre sia una posizione, che – accostata ad altre – contribuisca a dare un quadro del tema, sia alcuni contributi specifici [3].

1.2 - Anche su questo tema, come sull'altro già trattato, non voglio essere celebrativo; e, qui, c'è anche la complicazione del mio dissenso, manifestato in una lettera pubblicata dal *Notiziario della Unione Matematica Italiana* [4], sulla sezione «La matematica nella cultura e nella società» del *Bollettino della Unione Matematica Italiana* [BUMI] [5]: come è ben noto, FRANCESCO SPERANZA era nella Commissione Scientifica dell'Unione Matematica Italiana, anche se non faceva parte del Comitato di Redazione della rivista [6].

2.1 - Ovviamente, non intendo raccontare quello che faccio in *Matematiche complementari*.

2.2 - Sul tema «Matematica e Cultura», eventualmente ampliato a «Matematica, Cultura e Società» se si vuole indicare esplicitamente il collegamento alla società in relazione ad aspetti non strettamente culturali (come opportunamente suggerito dalla citata sezione del BUMI e come farò in seguito), voglio proporre all'attenzione il problema di quali elementi considerare (a livello di segnalazione o di trattazione), di quali stimoli offrire, di quali obiettivi di acquisizione indicare per la preparazione dei professori di Matematica, indipendentemente dalle occasioni effettivamente offerte, negli studi iniversitari (a Matematica o in altri corsi di lau-

(*) Dip. di Matem. F. Enriques, Univ. di Milano, Via Saldini, 50, 20133 Milano, Italia.

(**) Ricevuto il 22 dicembre 1999. Classificazione MSC 2000 97 B 50.

rea), in sezioni della Scuola di specializzazione, in attività di autoformazione o di autoaggiornamento [7].

2.3 - Mi pare che ci siano, almeno nei fatti, opinioni molto diverse tra loro sull'opportunità di stimolare gli studenti a riflettere sia sul tema «Matematica, Cultura e Società», sia sulla sua importanza nella loro preparazione, come matematici a livello di conoscenze e di comprensione, come professori di Matematica in vista di scelte didattiche e di trasmissione del sapere.

2.4 - Ritengo opportuno dire che i miei orientamenti, che dovrebbero risultare chiari da quello che esporrò, mi hanno portato a utili esperienze con gli studenti nell'ambito di *Matematiche complementari*, sia su lacune della loro preparazione, sia sul loro non raro desiderio di approfondire certi argomenti, dopo una prima sollecitazione.

3.1 - Penso che possano avere un qualche interesse due esempi [8].

3.2 - Il primo esempio è costituito dai dati della tavola 1 sulle risposte a domande (proposte in un questionario [9]) sulla definizione di Matematica data da BERTRAND RUSSELL (considerata nella citazione di FEDERIGO ENRIQUES riportata a chiusura dell'altro mio intervento) [10].

TAVOLA 1

1) Nel 1901 BERTRAND RUSSELL ha definito la Matematica:

«quella scienza, in cui non si sa di che cosa si parla,
e in cui non si sa se quello che si dice sia vero.».

- 1a) Conosceva già questa definizione?
- 1b) Ritieni di avere conoscenze adeguate per commentarla?
- 1c) La ritieni una definizione accettabile?
- 1d) Come motiva la risposta alla domanda 1c?

1a) 11 sì 44 no
 1b) 20 sì 29 no 6 –
 1c) 6 sì 31 no
 1d) 34 motivazioni [11]

3.3 - Il secondo esempio è costituito dalle frasi, riportate nella tavola 2 (alla pagina seguente) con le distrazioni grafiche e linguistiche dell'originale [12], scritte da una studentessa dopo che la sua preparazione per *Matematiche complementari* era stata considerata inadeguata.

TAVOLA 2

4.1 - *Autocritica: un'errore di impostazione.* [12]

Ho affrontato il problema dell'insegnamento della matematica ai miei potenziali alunni tenendo ben presente ciò che intendo trasmettere.

Non vorrei dare un'immagine di matematica noiosa, astrusa, priva di riferimenti con la realtà quotidiana, piena solo di formule e regole sparse da imparare a memoria.

In effetti questi sono aspetti da evitare, ma mi sono talmente preoccupata a sottolineare ciò che mi piacerebbe fare da non riflettere abbastanza e approfondire quale idea di matematica vorrei proporre.

4.2 - *Che cosa è per me la Matematica?*

Mi sono accorta che in fondo avevo sempre dato per scontato che cosa veramente fosse la matematica.

Sono sempre stata abituata a insegnare lezioni che alcuni ragazzi non avevano capito cercando i metodi più adatti per rendere piacevole l'argomento.

Ho provato a far apprezzare la fantasia della geometria, la precisione dell'algebra, la ricchezza della trigonometria, il rigore della logica matematica, l'interdisciplinarietà della geometria analitica. [12]

La Matematica è sempre stata per me l'insieme di varie discipline che avevo affrontato durante gli studi.

4.3 - *Le mie domande.*

Ma adesso mi domando se la Matematica è solo un'insieme di varie parti, quali studi hanno il diritto di essere classificati come matematici e quali elementi contiene la Matematica. [12]

Mi rendo conto quanto sia difficile rispondere esaurientemente a questi dubbi, ma soprattutto mi preoccupa il fatto di pretendere di insegnare qualcosa di cui non so precisare l'essenza.

Una volta ho ascoltato l'intervista di uno scienziato studioso del cervello al quale veniva chiesta la definizione di intelligenza.

Egli disse che, anche se tutti abbiamo un'idea di che cosa sia l'intelligenza e ne intuiamo il significato, è attualmente impossibile dare una risposta completa. Aggiunse che, parlare oggi del concetto di intelligenza, è come voler spiegare il cielo descrivendo solo le nuvole, gli uccelli, gli aeroplani e la luna... e tutto il resto? [12]

Io mi sento nella stessa situazione, infatti spiego la matematica parlando di concetti geometrici, algebrici, logici, analitici... ma ciò basta?

3.4 - Aggiungo che un dato per me particolarmente sorprendente è quello della frequente necessità di sollecitare gli studenti a riflettere su cultura, in relazione alla propria filosofia della vita, ancor prima che su «Matematica, Cultura e Società», considerando due aspetti:

- quello della distinzione tra patrimonio dell'umana famiglia (o, come qualcuno probabilmente preferisce, del «mondo 3» di KARL R. POPPER) e costruzione del proprio sapere personale;
- quello della distinzione tra correlazione alla natura dell'uomo e correlazione alle opere dell'umana famiglia.

4.1 - Anche se il riferimento è la preparazione dei professori di Matematica, pare ragionevole prendere come punto di partenza alcune considerazioni sull'idea di Matematica, che si ritiene che vada trasmessa nella scuola, anche come risultato delle attività con gli alunni, e su quello che si vuole ottenere attraverso l'insegnamento della Matematica.

4.2 - In effetti, sulla Matematica si incontrano idee molto diverse tra loro, anche tra gli addetti ai lavori, e non pare necessario soffermarsi, qui, in documentazioni [13].

4.3 - E, come pare che spesso avvenga, la Matematica può essere insegnata senza che l'obiettivo sia il farla conoscere nelle sue caratteristiche essenziali, non soltanto da chi privilegia aspetti operativi ma anche da chi ha obiettivi formativi.

4.4 - Per evitare eventuali fraintendimenti, preciso che ritengo opportuno cercare un adeguato equilibrio, in relazione ai tipi di scuola e alle situazioni specifiche, tra aspetti operativi, formativi e culturali; e, anche, che vedo uno degli elementi di insuccesso nell'insegnamento della Matematica proprio nella mancanza di una proposta culturale, sia sulla conoscenza della Matematica, sia sull'importanza di conoscere la Matematica.

5.1 - Penso che possa essere utile considerare analogie e differenze con l'insegnamento della lingua italiana ad alunni di lingua italiana.

5.2 - Come è ben noto, questo insegnamento ha un livello di grammatica, nel quale si possono trattare regole molto utili e dare spazio ad aspetti formativi anche ignorando il senso dell'uso della lingua italiana e non occupandosi di letteratura come fatto culturale.

Ma nessuno pensa che l'insegnamento della lingua italiana ad alunni di lingua italiana si esaurisca con la grammatica.

5.3 - In Matematica si può seguire la strada della grammatica della lingua italiana: occuparsi di tante regole, per qualcuno anche belle e importanti, attribuire

un ruolo formativo a certi esercizi (come, per esempio, le espressioni), ma non dare il senso dell'uso della Matematica (nel matematizzare, nel de/matematizzare, nell'operare matematicamente), del valore culturale della Matematica e della evoluzione della Matematica.

6 - Come stimolo, utilizzo le due strip della tavola 3¹⁴ (alla pagina seguente), che mi piacciono molto ma in modo diverso, invitando a considerare un aspetto particolarmente importante: il tipo di implicazione degli elementi matematici; la prima è di *Nilus* di A. & F. ORIGONE, la seconda del *Dottor Smock* di G. LEMONT.

7.1 - Il problema è, chiaramente, quello di stabilire se il tema «Matematica, Cultura e Società» debba avere spazio nell'insegnamento (in modi e a livelli opportuni), anche in vista dell'importanza che l'attribuzione di questo spazio avrebbe per l'inserimento del tema nella formazione degli insegnanti.

7.2 - Ovviamente, il tema potrebbe avere comunque importanza, ma la tentazione di escluderlo, in assenza di specifico interesse professionale, potrebbe essere forte (almeno per qualcuno).

7.3 - Ma se si ritiene che il tema «Matematica, Cultura e Società» sia importante, occorre riflettere su quali elementi proporre, e come e quando, agli insegnanti (in preparazione o in servizio).

8.1 - Ho già ricordato, nell'altro intervento (§ 5.2), il documento su *I contenuti essenziali della formazione di base*.

Qui, mi interessa richiamare l'assenza, in questo documento, di indicazioni sugli aspetti culturali della Matematica [15]: è ben vero che in alcune attività e in alcune professioni la Matematica serve come strumento, ma ci sono, anche, quelle nelle quali è utile (e, a volte, importante) una mentalità anche soltanto implicitamente matematica.

E aspetti culturali possono essere importanti per chiunque frequenti una scuola secondaria superiore anche per crescere come persona.

8.2 - I collegamenti con l'arte sono oggetto di altri interventi del Convegno e non occorre, quindi, occuparsene qui.

8.3 - Ci si potrebbe domandare se è ragionevole pensare che certi argomenti riguardino soltanto gli insegnanti di Matematica o, anche, altri laureati in Matematica o in altri corsi di laurea, ma non mi pare il caso di allargare il discorso, che la triennializzazione rende particolarmente delicato.

TAVOLA 3



9.1 - In effetti, pensando al «3+2», è già difficile individuare spazi per l'offerta di occasioni per una preparazione specifica adeguata alle esigenze di profilo professionale del professore di Matematica in relazione al che cosa, al dove, al come fare proposte su «Matematica, Cultura e Società».

9.2 - Sul che cosa il problema sembra, soprattutto, quello delle scelte, per le quali pare auspicabile un inventario di proposte.

9.3 - Sul dove pare inevitabile pensare che corsi di laurea e scuole di specializzazione non bastino e che occorra puntare, con evidenti necessità di controllo, all'autoformazione o all'autoaggiornamento.

9.4 - Sul come, oltre che a insegnamenti specifici (anche limitati nel tempo, ma efficacemente orientativi), si può pensare a seminari e conferenze e a letture e materiali caldamente consigliati (possibilmente con opportune valutazioni in «crediti» per la laurea o per il diploma delle scuole di specializzazione).

10 - Di possibili implicazioni sui «settori scientifico-disciplinari» e sull'impegno in produzione di materiali – anche per insegnanti in servizio – non pare il caso di occuparsi, qui [16].

11 - Ringraziando dell'attenzione e di osservazioni e suggerimenti, concludo proponendo una indicazione, che utilizzo spesso, tratta da *Cours d'algèbre* di ROGER GODEMENT [17], seguita, per chi non conosce il francese, da una mia traduzione.

Au risque de provoquer, chez certains, les sentiments d'horreur et de consternation que Paolo Uccello a si merveilleusement représentés dans la *Profanation de l'Hostie*, il nous faut bien dire du reste, car la question se pose de plus en plus, notre désaccord avec les nombreuses personnalités qui, actuellement, demandent aux scientifiques en général, et aux mathématiciens en particulier, de former les milliers de techniciens dont nous aurions, paraît-il, besoin de toute urgence pour survivre. Les choses étant ce qu'elles sont, il nous semble que, dans les «grandes» nations sur-développées scientifiquement et techniquement où nous vivons, le premier devoir des mathématiciens, et de beaucoup d'autres, serait plutôt de fournir ce qu'on ne leur demande pas — à savoir des hommes capables de réfléchir par eux-mêmes, de dépister les arguments faux et les phrases ambiguës, et aux yeux desquels la diffusion de la vérité importerait infiniment plus que, par exemple, la Télévision planétaire en couleurs et en relief: des hommes libres, et non pas des robots pour technocrates. Il est tristement évident que la meilleure façon de former ces hommes qui nous manquent n'est pas de leur enseigner les sciences mathématiques et physiques, ces branches du savoir où la bienséance consiste, en premier lieu, à faire semblant d'ignorer jusqu'à l'existence même de problèmes humains, et auxquelles nos sociétés hautement civilisées accordent, ce qui devrait paraître louche, la première place.

Mais même en enseignant des Mathématiques, on peut du moins essayer de donner aux gens le goût de la liberté et de la critique, et les habituer à se voir traités en êtres humains doués de la faculté de comprendre.

«A rischio di suscitare, in alcuni, i sentimenti di orrore e di costernazione che PAOLO UCCELLO ha così meravigliosamente rappresentato nella *Profanazione dell'Ostia*, dobbiamo d'altronde dire, poiché la questione si pone sempre di più, il nostro disaccordo con le numerose personalità che, attualmente, chiedono agli scienziati in generale, e ai matematici in particolare, di formare le migliaia di tecnici dei quali, a quanto sembra, avremmo urgente bisogno per sopravvivere. Stando così le cose, ci sembra che, nelle «grandi» nazioni sovra-sviluppate scientificamente e tecnicamente nelle quali viviamo, il primo dovere dei matematici, e di molti altri, sarebbe, piuttosto, quello di fornire ciò che non viene loro richiesto, cioè degli uomini capaci di riflettere da soli, di scovare le argomentazioni false e le frasi ambigue, e agli occhi dei quali la diffusione della verità fosse infinitamente più importante, ad esempio, della televisione planetaria a colori e in rilievo: degli uomini liberi, e non dei robot per tecnocrati. È tristemente evidente che il modo migliore di formare questi uomini, che ci mancano, non è quello di insegnare loro le scienze matematiche e fisiche, queste branche del sapere la cui buona norma consiste, in primo luogo, nel fare finta di ignorare perfino la stessa esistenza di problemi umani, e alle quali le nostre società altamente civilizzate danno, ciò che dovrebbe risultare miope, il primo posto.

Ma anche insegnando matematica si può almeno tentare di dare alle persone il gusto della libertà e della critica, e abituarle a vedersi trattate da esseri umani dotati della facoltà di capire.».

Note

- [1] Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Milano, Via C. Saldini 50, 20133 Milano.
- [2] Questa versione per la lettura è leggermente diversa da quella preparata per l'esposizione e fissata sui trasparenti per lavagna luminosa usati come traccia.
- [3] Al Convegno ho presentato un trasparente per lavagna luminosa con la segnalazione di: *Matematica per gli insegnanti di Matematica*, «Matematica e cultura, oggi», «Il significato filosofico della Matematica e il suo insegnamento», «Il ruolo della storia nella comprensione dello sviluppo della scienza», «Confronto fra concezioni epistemologiche a proposito della geometria».
- [4] Dicembre 1998; la mia lettera è seguita da una di FRANCESCO GHERARDELLI, elogiativa della pubblicazione (pag. 52-53).
- [5] La lettera era relativa al primo numero, datato aprile 1998. I criteri di richiesta degli articoli sono stati pubblicati nel numero successivo.
- [6] Al Convegno ho appreso che FRANCESCO SPERANZA ha manifestato pubblicamente il suo disaccordo sull'impostazione della rivista.
- [7] Va tenuto presente che gli studenti di Matematica leggono poco al di fuori della preparazione degli esami.
- [8] Al Convegno, collegandomi a un articolo pubblicato quel giorno sul *Corriere della sera* («Gödel, il matematico che provò l'esistenza di Dio» con l'occhiello «Considerato il Kant del XX secolo, rivoluzionò la logica ma si occupò anche di teologia. Continuò a Princeton le riflessioni avviate nel Circolo di Vienna»), ho ricordato, anche, la scarsissima conoscenza di KURT GÖDEL da parte degli studenti all'inizio di *Matematiche complementari*.
- [9] Da anni propongo un questionario per ciascun modulo agli studenti di *Matematiche complementari* e dall'anno scorso anche a quelli di *Didattica della Matematica*.
- [10] «Thus Mathematics may be defined as the subject in which we never know what we are talking about, nor whether what we are saying is true» in «Recent work on the Principles of Mathematics», *International Monthly*, luglio 1901, pag. 84. Il testo è reperibile in lingua italiana con il titolo «La matematica e i metafisici» in *Misticismo, logica e altri saggi*, Milano, Longanesi, 1964 (e, almeno, 1970, 1978, 1980): le traduzioni dei titoli sono fedeli all'edizione originale del 1917.
- [11] Come esempi delle motivazioni addotte, riporto quelle dell'a.a. 1997-1998:
 «NSN - La M. è una scienza sempre in sviluppo, ma molto precisa e quindi tutto ciò che in essa si tratta e afferma è stato dimostrato e non può essere smentito.»
 «NSS - Evidenzia bene il fatto che la M. non è così fissa, immutabile e «certa» come spesso si tende a pensare.»
 «NSN - La M. è una scienza in continuo progresso e, anche se non immediatamente, si arriva a dire e a dimostrare del vero.»
 «NSN - Ogni cosa viene dimostrata.»
 «NSN - Come tutte le scienze la M. è ricerca e può essere che non si abbiano sempre delle certezze, ed è per questo che si ricerca.»
 «SSs+n - Perché per quanto riguarda certi campi della M. definiamo oggetti che non conosciamo (possiamo avere solo qualche esempio particolare) e che non riusciamo ad

immaginare e diamo degli asserti come veri; tuttavia parte della M. è chiara, lineare e si sa benissimo di cosa si parla.»

«NNSn - Sì: nel caso in cui si è a contatto con discipline in cui è più difficile vedere il riscontro con la realtà. No: in caso contrario.»

«NNN - In generale per dimostrare un teorema si può andare per «tentativi» (presupponendolo vero) ma per fare ciò è necessario avere delle basi per sapere di che cosa si parla.»

«NSN - Esistono scienze ritenute «certe» che si basano ampiamente sulla M. Inoltre ad eccezione dei postulati ogni argomento è dimostrato e solo dopo questo ritenuto «vero».»

«NSN - Penso che la M. «pura» sia astratta ma non a tal punto da definirla una scienza in cui non si sa di che cosa si parla.»

«SN? - Non lo so, non so in che contesto storico culturale è stata formulata.»

«SSN - Perché in M., quando si afferma qualcosa, la si dimostra anche. Ovviamente sono esclusi quegli argomenti su cui si sta ancora studiando e dei quali non si hanno risposte sicure.»

- [12] Al Convegno ho proposto la riproduzione dell'originale su trasparente per lavagna luminosa: nella trascrizione ho preferito evitare correzioni (lasciando, in particolare: apostrofo e spazio in «un'errore», apostrofo in «un'insieme», ie in «interdisciplinarietà», «voler spiegare»).
- [13] Alcune citazioni sono riportate nelle mie «pagine personali» nel sito web del Dipartimento: www.mat.unimi.it – da «docenti interni», «gabriele lucchini».
- [14] Strip già utilizzate, con un'altra aggiunta al Convegno perché sullo stesso trasparente, in «Matematizzazione e de/matematizzazione», *Seminari di didattica - anni accademici 1990-91 e 1991-92*, a cura di Carlo Marchini, Lecce, Quaderni del Dipartimento di Matematica, 1992, con la segnalazione della possibilità di miglioramento terminologico dal punto di vista matematico.
- [15] Cfr. nota 18 dell'altro mio intervento al Convegno.
- [16] Segnalo, in particolare, i miei *Quaderni di ricerca didattica del Mat-Cird* n. 2 (1996) e n. 8 (1999), Dipartimento di Matematica dell'Università degli Studi di Milano: «Cattedre per l'insegnamento della Matematica nelle scuole secondarie: accesso e carriera & servizi per gli insegnanti», «Sulla redazione di programmi di Matematica per l'insegnamento o per i concorsi» (reperibili nelle «pagine personali» segnalate nella nota 13).
- [17] Paris, Hermann, 1966, deuxième édition, revue et corrigée, pag. 16-17.
Al Convegno ho mostrato, anche, un trasparente con la riproduzione della *Profanazione dell'Ostia*.

Abstract

Many gaps are often pointed out in the background of university students in Mathematics with respect to the interaction between «Mathematics, culture and life». Due to that, we consider whether including such a topic in the Mathematics teacher's education program would be possible and appropriate.
