

A

COGNOME..... NOME..... MATR.

*Istituzioni di Matematiche
Corso di Laurea in Scienze Naturali
21 gennaio 2003*

A. Enunciare il Teorema degli zeri:

.....
.....

B. Dare le definizioni di:

primitiva di una funzione f

integrale improprio di una funzione f continua in $[a, +\infty)$:

.....

C. Data f limitata su $[3, 5]$, allora è sempre vero che: (*segnare con V gli enunciati ritenuti corretti e con F gli enunciati ritenuti sbagliati*)

a) f ammette massimo in $[3, 5]$;

b) esiste $L \in \mathbb{R}$ tale che $f(x) \leq L, \forall x, 3 \leq x \leq 5$;

c) f è continua in $[3, 5]$;

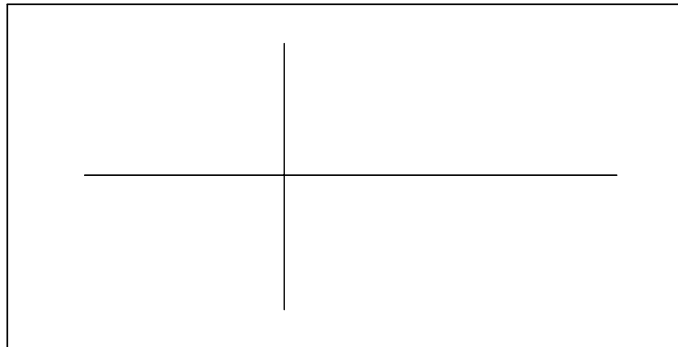
d) $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)(x-3) = 0$.

D. Disegnandone il grafico, dare un esempio di una funzione definita, continua, derivabile in $(-1, +\infty)$, con:

i) asintoto verticale;

ii) estremo inferiore $= -3$;

iii) $f'(x) > 0$ in $(2, 4)$.



A

COGNOME..... NOME..... MATR.

*Istituzioni di Matematiche
Corso di Laurea in Scienze Naturali
21 gennaio 2003*

1) Tracciare un grafico di

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 2x - 3}} + 2$$

che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti agli estremi e la monotonia. N.B. Non è richiesto lo studio della convessità.

2) Trovare l'area A della regione di piano compresa tra il grafico di

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt[3]{3x} & \text{per } x \leq 0 \\ \sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) & \text{per } x > 0 \end{cases},$$

l'asse x e le rette di equazione $x = -\frac{1}{3}$ e $x = \frac{\pi}{2}$.

3) Dopo aver calcolato

$$L = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1+3x)}{\sin(4x) + 2x^3},$$

stabilire se $f(x) = \frac{\log(1+3x)}{\sin(4x) + 2x^3}$ è limitata in $(0, 1]$.

4) Date le matrici

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 2 \\ 2 & -1 \\ -3 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad D = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

considerato il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, dove

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{b} = CD,$$

stabilire se il sistema è impossibile o risolubile, ed, in tal caso, determinarne le soluzioni.