

A

COGNOME..... NOME..... MATR.

Istituzioni di Matematiche
Corso di Laurea in Scienze Naturali
27 gennaio 2004

Accetto che i risultati dell'esame siano esposti in rete. Firma.....

A. Enunciare il Teorema di Fermat:

.....
.....

B. Dare le definizioni di:

matrice in forma a scalini

.....

funzione integrale F per f continua su $[a, b]$:

C. Data f derivabile su $(-1, 7]$, allora è sempre vero che: (segnare con V gli enunciati ritenuti corretti e con F gli enunciati ritenuti sbagliati)

a) f continua in $[0, 3]$;

b) esiste un punto del grafico di f con tangente orizzontale;

c) se $f'(x) > 0$ per $x \in [3, 7]$, 7 è punto di massimo relativo;

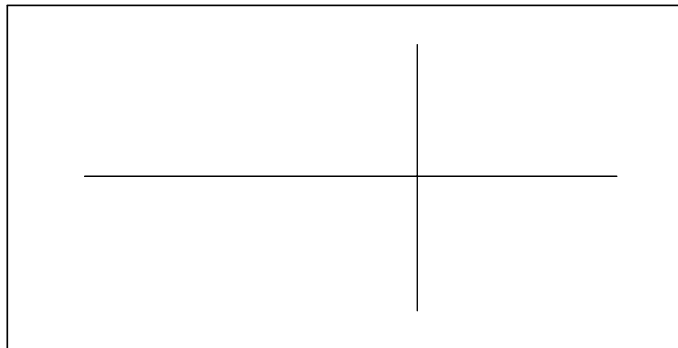
d) se $f'(x) < 0$ per $x \in (-1, 2)$, $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = +\infty$.

D. Disegnandone il grafico, dare un esempio di una funzione definita in $(-\infty, 2]$, continua e derivabile due volte in $(-\infty, 1) \cup (1, 2)$, tale che:

i) non abbia asintoti verticali;

ii) $f(-2) = 3$, $f'(-2) = 0$;

iii) $f''(x) < 0$ in $(1, 2)$.



A

COGNOME..... NOME..... MATR.

Istituzioni di Matematiche
Corso di Laurea in Scienze Naturali
27 gennaio 2003

1) Tracciare un grafico di

$$f(x) = e^{-x^2}(x + 1)$$

che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti agli estremi e la monotonia.

N.B. Non è richiesto lo studio della convessità.

2) Calcolare

$$A = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{3x^{1/3} \sin(\sqrt{x})}{e^{3x} - 1 - x^2}, \quad B = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^{2/3} + \log(2x - 3) - \left(\frac{1}{4}\right)^x}{e^{3x} - 2\sqrt{x} + \arctan x}$$

3) Trovare l'area A della regione di piano compresa tra il grafico di $f(x) = \frac{6}{5 - 3x}$ l'asse x e le rette di equazione $x = 2$ e $x = 7$.

4) Date le matrici

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \\ -1 & -5 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad D = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix},$$

considerato il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, dove

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & -4 & 1 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \mathbf{b} = CD,$$

stabilire se il sistema è impossibile o risolubile, ed, in tal caso, determinarne le soluzioni.