

B

COGNOME..... NOME..... MATR.

Istituzioni di Matematiche
Corso di Laurea in Scienze Naturali
31 Gennaio 2001

1) Completare le seguenti affermazioni:

- a) Se f è derivabile in (a, b) con $f'(x) = 0$ in (a, b) , allora in (a, b) f
b) Se $f(x) > 0$ in un intorno di x_0 e f è continua in x_0 , allora $f(x_0)$

Data la funzione

$$f(x) = \frac{\sqrt{2-x}}{x-3},$$

tracciare un grafico che ne evidenzi l'insieme di definizione, i limiti agli estremi e la monotonia.

N.B. Non è richiesto lo studio della convessità.

2) Dopo aver ricordato la definizione di primitiva di una funzione f ,

i) calcolare gli integrali

$$I_1 = \int_0^1 \frac{1}{(2x+1)^3} dx \quad I_2 = \int e^{\arctan x} \frac{1}{1+x^2} dx.$$

ii) Stabilire (senza calcolarlo) se l'integrale improprio

$$I' = \int_0^{+\infty} \frac{\sqrt[3]{x} + 4}{x^2 + 7x + 12} dx$$

è convergente o divergente.

3) Dato il sistema lineare

$$\begin{cases} x + y + z = 2 \\ 2x + y + 3z = 4 + k \\ x - y + 3z = 3 + k \end{cases},$$

i) discutere il sistema al variare del parametro k ;

ii) per $k = 1$ determinarne le soluzioni .

4) Dopo aver ricordato la definizione di " f infinito di ordine superiore rispetto a g per $x \rightarrow P$ ", calcolare i seguenti limiti:

$$A = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x^2 - 4} - \sin(\pi x)}{\log(x-2)^2}, \quad B = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1-2x) - \sqrt{x^5}}{\sin x + 4x^2} \quad C = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 2^x + \log x}{x^2 - \sqrt{x} + e^{-x}}$$