

Cognome

Nome

Matricola

**Analisi Matematica 1 - Corso di Laurea in Matematica**  
**(Proff. C. Cavaterra, M. Salvatori)**  
**Seconda prova in itinere 19 gennaio 2016**

*(Scrivere uno svolgimento sintetico ma completo)*

1. **(PUNTI 6)** Al variare del parametro reale  $a$  calcolare il limite della successione

$$b_n = \frac{an + \log n}{n^{a+1} + e^{an}}$$

e studiare la convergenza semplice e assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n b_n.$$

2. (PUNTI 10) Sia  $f(x) = \frac{x^2}{x+3} e^{-\frac{1}{|x|}}$ . Determinare

- (a) l'insieme di definizione  $A$  .....
- (b) i limiti agli estremi dell'insieme di definizione  $A$  ed eventuali asintoti .....
- (c)  $f'$  e il suo insieme di definizione  $A'$  .....
- (d) eventuali punti estremanti .....
- (e) tracciarne un grafico qualitativo

(f) determinare per quali valori di  $a \in \mathbb{R}$  la funzione è uniformemente continua in  $(a, +\infty) \cap A$

3. **(PUNTI 3)** Dimostrare che la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x}{2}\right) + 3 - 3x$$

è strettamente monotona su tutto  $\mathbb{R}$ . Denotata con  $g = f^{-1}$ , allora

$$g'(3) =$$

4. **(PUNTI 7)** Per quali valori dei parametri  $a$  e  $b$  la funzione  $f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  definita da

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{\sin(\pi x)} & \text{se } 0 < x < 1 \\ ax + b & \text{se } x \geq 1 \end{cases}$$

risulta continua nel punto  $x = 1$ ? Per quali valori la funzione risulta derivabile in  $x = 1$ ?

5. **(PUNTI 6)** Data la funzione

$$f(x) = e^{2x-x^2} + \log(1 - 2x + 3x^2) + ax^2.$$

- i) Scrivere lo sviluppo di Mac Laurin di  $f$ , arrestato al terzo ordine e con resto secondo Peano.
- ii) Descrivere al variare del parametro reale  $a$ , la natura del punto stazionario  $x = 0$ .