

Cognome

Nome

Matricola

Analisi Matematica 1 - Corso di Laurea in Matematica
(Proff. C. Cavaterra, M. Salvatori)
26 gennaio 2016

Determinare l'insieme di definizione della funzione

$$f(x) = \sqrt{e^{2x} - e^x - 6}.$$

1. (**PUNTI**) Determinare le soluzioni nel campo complesso dell'equazione

$$\frac{z^2|z|}{1+i} = \frac{\sqrt{2}\bar{z}}{i}.$$

2. (PUNTI) Sia

$$f(x) = \arcsin \frac{x}{4} + \arcsin \frac{1}{|x|}.$$

Determinare

- (a) l'insieme di definizione A
- (b) i limiti agli estremi dell'insieme di definizione A ed eventuali asintoti
- (c) f' e il suo insieme di definizione A'
- (d) i limiti di f' agli estremi di A'
- (e) eventuali punti estremanti
- (f) tracciarne un grafico qualitativo

3. (PUNTI) Per ogni $n \in \mathbb{N}$ sia

$$a_n = \cos \frac{n! \pi}{6} + \frac{n}{n+2}.$$

Determinare estremo superiore ed inferiore ed eventuale massimo e minimo della successione $\{a_n\}_{n \in \mathbb{N}}$.

4. (PUNTI) Si consideri il sottoinsieme A di \mathbb{R}^2

$$A = \{(1, y), y \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}\} \cup \{(1 - 1/n)^n, 0), n \in \mathbb{N}\} \cup \{(1 + 1/n)^{n+1}, 0), n \in \mathbb{N}\}$$

Determinare:

Insieme dei punti interni di $A =$

$\partial A =$

$A' =$

Insieme dei punti isolati di $A =$

5. **(PUNTI)** Calcolare al variare del parametro reale α il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(\log(1 - 2x + 5x^2))^2 - 4x^2}{\alpha x^3 - x^\alpha}.$$

6. **(PUNTI...)** Determinare al variare del parametro reale β il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^\beta \left(\sin \frac{1}{n} + \frac{\beta+1}{n} \right)}{\log \left(\log \left(e + \frac{3}{n^2} \right) \right)}.$$