

Cognome

Nome

Matricola

Analisi Matematica 1 - Corso di Laurea in Matematica

(Proff. C. Cavaterra, M. Salvatori)

21 aprile 2017

(Scrivere uno svolgimento sintetico ma completo)

PREREQUISITI

Disegnare un grafico qualitativo di $f(x) = |e^{-|x|} - 3|$

1. **(PUNTI 3)** Si consideri la funzione $f(x) = |e^{-|x|} - 3|$ e gli insiemi

$$A = \{t = f(x) : x \in [1, +\infty)\} \quad \text{e} \quad B = \{t = f(x) : x \in [1, +\infty)\} \cap \mathbb{Q}.$$

Allora

a) $\sup A = \dots$ $\inf A = \dots$ Esiste $\max A?$... Esiste $\min A?$...

b) $\sup B = \dots$ $\inf B = \dots$ Esiste $\max B?$... Esiste $\min B?$...

2. **(PUNTI 6)** Data la successione in \mathbb{R}

$$x_n = \frac{\log\left(1 + \frac{n^a}{\log n}\right)}{(\log n)^a}$$

(a) determinare al variare del parametro reale a il limite di x_n ,

(b) studiare al variare del parametro reale a il carattere della serie $\sum_{n=2}^{\infty} x_n$.

3. **(PUNTI 3)** Si consideri la funzione $f(x) = ae^{x^2} - x \sin x$.

Determinare al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$ la natura del punto $x_0 = 0$ (punto di massimo, minimo, flesso).

4. **(PUNTI 9)** Data la funzione

$$f(x) = x \arctan \frac{x+1}{|x|-1}$$

- 1) trovare l'insieme di definizione A ,
 - 2) determinare gli eventuali asintoti (orizzontali, verticali, obliqui),
 - 3) tracciare un grafico qualitativo di f (non è richiesto lo studio della concavità/convessità).
- Suggerimento: si consiglia di studiare il segno di f' separatamente negli insiemi:
 $A \cap (-\infty, 0)$, $A \cap [0, 1)$, $A \cap [1, +\infty)$.

5. (PUNTI 4) Calcolare al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{x^2-x} - \operatorname{Ch}(x) - x^2 + x}{\log^\alpha(1+x^2)}$$

6. (PUNTI 7) Siano

$$E = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z(\sqrt{3} + i)) > 0, \operatorname{Re}(z) \geq 0, |z| \leq \frac{1}{4}\},$$

e

$$F = \{w \in \mathbb{C} : w^2 = z, z \in E\}.$$

(a) Descrivere e disegnare nel piano complesso E e F .

(b) Si consideri il piano complesso dotato della metrica euclidea. Determinare

$$\overline{E} = \dots\dots\dots$$

$$\partial F = \dots\dots\dots$$

$$(F \cap E)^\circ = \dots\dots\dots$$