

Cognome

Nome

Matricola

Analisi Matematica 1 - Corso di Laurea in Matematica
(Proff. C. Cavaterra, M. Salvatori)
Seconda prova in itinere 20 gennaio 2017
(Scrivere uno svolgimento sintetico ma completo)

1. **(6 PUNTI)** Calcolare al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$ il limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\log(1 + x - \alpha x^2) - e^{x+x^2} + 1}{x^3}.$$

2. **(4 PUNTI)** Sia

$$f(x) = \sqrt{1 + \sin^2 x} + a \log(1 + x^2).$$

Determinare al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$ la natura del punto $x_0 = 0$ (punto di massimo, minimo, flesso)

3. (6 PUNTI) Sia

$$f(x) = (x - 1)e^{\frac{x}{x+1}}.$$

a) Determinarne tutti gli eventuali asintoti.

b) Stabilire se f è uniformemente continua in ciascuno dei seguenti sottoinsiemi di \mathbb{R} , fornendo una breve spiegazione.

$A = [0, 2]$

$B = (-\infty, -1)$

$C = (-1, 0]$

$D = (-1, +\infty)$

4. (3 PUNTI) Sia f derivabile e strettamente crescente su \mathbb{R} e tale che per $x \rightarrow 3$

$$f(x) = -1 + 5(x - 3) + o(x - 3).$$

Detta g la sua inversa, scrivere lo sviluppo di Taylor di g , centrato in $y_0 = -1$, arrestato al primo ordine con resto secondo Peano.

5. **(7 PUNTI)** Studiare convergenza assoluta e semplice della seguente serie numerica al variare del parametro $\alpha > 0$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(\log \alpha)^n}{n^2 + \log n}.$$

6. (6 PUNTI) Sia

$$f(x) = \frac{\sqrt{|x|}}{x-1}.$$

Determinare

- (a) l'insieme di definizione A
- (b) i limiti agli estremi dell'insieme di definizione A ed eventuali asintoti
- (c) f' e il suo insieme di definizione A' specificando la natura degli eventuali punti di non derivabilità
- (d) eventuali punti estremanti
- (e) Tracciarne un grafico qualitativo.