

Cognome

Nome

Matricola

Analisi Matematica 1 - Corso di Laurea in Matematica
(Prof. C. Cavaterra, M. Peloso)
Seconda prova in itinere 23 gennaio 2015
(Scrivere uno svolgimento sintetico ma completo)

1. **(PUNTI 6)** Studiare la convergenza semplice e assoluta della serie

$$\sum_{n=2}^{+\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + \log n}.$$

2. (PUNTI 10) Sia data la funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{x^2}{2x-3}\right).$$

- i) Tracciare un grafico qualitativo di f specificando: dominio di f , limiti di f agli estremi del dominio, eventuali asintoti, dominio di f' , limiti di f' agli estremi del dominio, monotonia e punti estremanti).
- ii) Determinare per quali valori di $\alpha \in \mathbb{R}$ la funzione f è uniformemente continua in $(\alpha, +\infty)$.
- iii) Determinare l'insieme di definizione e tracciare un grafico qualitativo della funzione

$$g(x) = \inf \{f(t), t \geq x\}.$$

3. **(PUNTI 6)** Calcolare al variare del parametro reale α il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{2 \sin^2 x} - \log(1 + 2x^2) - 1}{\arctan(x^4 + x^\alpha)}.$$

4. **(PUNTI 4)** Sia $f(x) = \arctan 2x + \frac{\pi}{4}e^{x-\frac{1}{2}}$.

- i) Verificare che f è invertibile in \mathbb{R} e determinare il dominio della funzione inversa f^{-1} .
- ii) Calcolare $(f^{-1})'(\frac{\pi}{2})$.

5. **(PUNTI 4)** Determinare i valori dei parametri reali a, b tali che

$$f(x) = \begin{cases} \left(\frac{e^x - 1}{x} - 1 \right) \cos x, & x > 0 \\ ax + b, & x \leq 0 \end{cases}$$

sia continua e derivabile in $x = 0$.