

Cognome

Nome

Matricola

**Analisi Matematica 1 - Corso di Laurea in Matematica**  
**(Proff. M. Calanchi, C. Cavaterra, F. Messina, E. Terraneo)**  
**prova scritta 7 febbraio 2014 - 9 CREDITI**  
**Versione A**

1. **(PUNTI 5)** Scrivere in forma algebrica le soluzioni nel campo complesso di

$$z^3|z^2| = (1+i)^4\bar{z}$$

.....  
.....

---

2. **(PUNTI 5)** Sia data

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(\sqrt{x^2 - 3x + 2})^n}{x^n \log n}$$

Stabilire per quali valori di  $x \in \mathbb{R}$  la serie converge assolutamente e per quali converge semplicemente (*scrivere uno svolgimento completo*).

3. (PUNTI 8) Data la funzione reale di variabile reale

$$f(x) = (x - 1)\sqrt{|x^2 - 3x + 2|}.$$

Determinare

- (a) l'insieme di definizione  $A$  .....
- (b) i limiti agli estremi dell'insieme di definizione  $A$  ed eventuali asintoti  
.....  
.....  
.....
- (c)  $f'$  e il suo insieme di definizione  $A'$ , specificando la natura dei punti di non derivabilità  
.....  
.....  
.....
- (d) eventuali punti estremanti  
.....
- (e) tracciarne un grafico qualitativo

4. **(PUNTI 5)** Sia

$$f_\alpha(x) = e^{\alpha(\sin x)^2} - \log\left(1 + \alpha x^3 + \frac{x^2}{2}\right) + 2\alpha^2 x^3.$$

(a) Scrivere la formula di Maclaurin al IV ordine:

.....

(b) Stabilire (al variare di  $\alpha$ ) se  $x = 0$  è punto di massimo relativo, di minimo relativo o di flesso.

.....

---

5. **(PUNTI 5)** Calcolare al variare del parametro reale  $\alpha$  il seguente limite (*scrivere uno svolgimento completo*)

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} (t^\alpha + t^2) \{ \log(t^2 - 2t + 5) - \log t^2 + \pi - 2 \arctan t \}$$

6. (PUNTI 4) Si consideri l'insieme  $A \subset \mathbb{R}$  dotato della metrica euclidea:

$$A = B_1 \cup B_2 \cup B_3$$

dove

$$B_1 = (0, 1] \quad B_2 = (1, 2) \cap \mathbb{Q} \quad B_3 = \left\{ x_n \in \mathbb{R} : x_n = 3 + \frac{(-1)^n}{n} \right\}.$$

Determinare gli insiemi  $\overset{\circ}{A}$ ,  $\overline{A}$ ,  $\partial A$  (frontiera di  $A$ ),  $A'$  in  $\mathbb{R}$ .

$\overset{\circ}{A} = \dots\dots\dots$

$\overline{A} = \dots\dots\dots$

$\partial A = \dots\dots\dots$

$A' = \dots\dots\dots$

Questo esercizio verrà valutato solo se i precedenti sono stati tutti svolti in modo corretto.

(BONUS - **Punti 2**) Data  $f : (0, 2) \rightarrow \mathbb{R}$ , continua,  $f(1) = 3$ , stabilire, giustificando le risposte, se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- i) se  $f(x) - 3 \sim (x - 1)^4$ , allora  $f(x) = 3 + (x - 1)^4 + o((x - 1)^4)$ , per  $x \rightarrow 1$ ;
- ii) se  $f(x) \sim 3 + (x - 1)^4$ , allora  $f(x) - 3 \sim (x - 1)^4$  per  $x \rightarrow 1$ .