

Cognome

Nome

Matricola

Analisi Matematica 1 - Corso di Laurea in Matematica
(Proff. M. Calanchi, C. Cavaterra, F. Messina, E. Terraneo)
prova scritta 7 febbraio 2014 - 9 CREDITI
Versione A

1. **(PUNTI 5)** Scrivere in forma algebrica le soluzioni nel campo complesso di

$$z^3|z^2| = (1+i)^4\bar{z}$$

.....
.....

2. **(PUNTI 5)** Sia data

$$\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{(\sqrt{x^2 - 3x + 2})^n}{x^n \log n}$$

Stabilire per quali valori di $x \in \mathbb{R}$ la serie converge assolutamente e per quali converge semplicemente (*scrivere uno svolgimento completo*).

3. (PUNTI 8) Data la funzione reale di variabile reale

$$f(x) = (x - 1)\sqrt{|x^2 - 3x + 2|}.$$

Determinare

- (a) l'insieme di definizione A
- (b) i limiti agli estremi dell'insieme di definizione A ed eventuali asintoti
.....
.....
.....
- (c) f' e il suo insieme di definizione A' , specificando la natura dei punti di non derivabilità
.....
.....
.....
- (d) eventuali punti estremanti
.....
- (e) tracciarne un grafico qualitativo

4. **(PUNTI 5)** Sia

$$f_\alpha(x) = e^{\alpha(\sin x)^2} - \log\left(1 + \alpha x^3 + \frac{x^2}{2}\right) + 2\alpha^2 x^3.$$

(a) Scrivere la formula di Maclaurin al IV ordine:

.....

(b) Stabilire (al variare di α) se $x = 0$ è punto di massimo relativo, di minimo relativo o di flesso.

.....

5. **(PUNTI 5)** Calcolare al variare del parametro reale α il seguente limite (*scrivere uno svolgimento completo*)

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} (t^\alpha + t^2) \{ \log(t^2 - 2t + 5) - \log t^2 + \pi - 2 \arctan t \}$$

6. (PUNTI 4) Si consideri l'insieme $A \subset \mathbb{R}$ dotato della metrica euclidea:

$$A = B_1 \cup B_2 \cup B_3$$

dove

$$B_1 = (0, 1] \quad B_2 = (1, 2) \cap \mathbb{Q} \quad B_3 = \left\{ x_n \in \mathbb{R} : x_n = 3 + \frac{(-1)^n}{n} \right\}.$$

Determinare gli insiemi $\overset{\circ}{A}$, \overline{A} , ∂A (frontiera di A), A' in \mathbb{R} .

$\overset{\circ}{A} = \dots\dots\dots$

$\overline{A} = \dots\dots\dots$

$\partial A = \dots\dots\dots$

$A' = \dots\dots\dots$

Questo esercizio verrà valutato solo se i precedenti sono stati tutti svolti in modo corretto.

(BONUS - **Punti 2**) Data $f : (0, 2) \rightarrow \mathbb{R}$, continua, $f(1) = 3$, stabilire, giustificando le risposte, se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- i) se $f(x) - 3 \sim (x - 1)^4$, allora $f(x) = 3 + (x - 1)^4 + o((x - 1)^4)$, per $x \rightarrow 1$;
- ii) se $f(x) \sim 3 + (x - 1)^4$, allora $f(x) - 3 \sim (x - 1)^4$ per $x \rightarrow 1$.