

Cognome

Nome

Matricola

**Analisi Matematica 1 - Corso di Laurea in Matematica**  
**(Proff. M. Calanchi, C. Cavaterra)**  
**prova scritta 16 giugno 2014 - 9 CREDITI**

1. **(PUNTI 8)** Al variare del parametro reale  $a$  tracciare un grafico qualitativo della seguente funzione

$$f_a(x) = \frac{ae^x + e^{-x}}{e^x + ae^{-x}}$$

2. **(PUNTI 4)** Si considerino in  $\mathbb{R}^2$  dotato della metrica euclidea i seguenti sottoinsiemi

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1, y = mx, m \in \mathbb{Q}\} \quad B = \{(3, 3 + \frac{1}{n}) \in \mathbb{R}^2 : n \in \mathbb{N}\}$$

$$C = A \cup B$$

Determinare:

(a)  $C^o = \dots\dots\dots$

(b)  $C' = \dots\dots\dots$

(c)  $\partial C = \dots\dots\dots$

(d)  $\sup_{(x,y) \in C} \sqrt{x^2 + y^2} = \dots\dots\dots$

3. **(PUNTI 4)** Determinare le soluzioni nel campo complesso dell'equazione

$$z^6 i + 7z\bar{z}|z| + 8 = 0$$

*(scrivere uno svolgimento sintetico ma completo)*

4. **(PUNTI 4)** Studiare al variare di  $a \in \mathbb{R}$  il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n^{a^2+2a}}{\sqrt{(1+n^2)(1+n^a)}}$$

(scrivere uno svolgimento sintetico ma completo)

---

5. **(PUNTI 6)** Sia

$$f(x) = (1 - e^x)^2 - \sin(x^2 + x^3)$$

(a) Scrivere lo sviluppo di MacLaurin di  $f$  fino al primo termine non nullo

.....

(b) utilizzando il risultato in (a), calcolare, al variare del parametro reale  $\alpha$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x)}{x^4 + x^\alpha}$$

6. (PUNTI 4) Sia

$$f(x) = \frac{\arctan x + 3 \sin x}{\sqrt[3]{1+x} - 1} + \frac{x^3 - 7x + 4}{x^2 + 1}$$

(a) Determinare i limiti agli estremi del dominio

.....

(b) Determinare gli eventuali asintoti obliqui

.....

(c) Stabilire se  $f$  è uniformemente continua nel suo insieme di definizione *giustificando brevemente* la risposta