

Cognome

Nome

Matricola

Analisi Matematica 1 - Corso di Laurea in Matematica
(Prof. C. Cavaterra, M. Peloso)

28/04/2015

(Scrivere uno svolgimento sintetico ma completo)

1. **(PUNTI 2)** Tracciare il grafico di

$$f(x) = \frac{1}{(x+2)\sqrt[3]{x+2}} \quad \text{e} \quad g(x) = 1 - f(|x|).$$

-
2. **(PUNTI 4)** Determinare le soluzioni nel campo complesso dell'equazione

$$|z^4| + 3 + 4(\bar{z})^8 = 0.$$

3. a) **(PUNTI 6)** Tracciare un grafico qualitativo della funzione

$$f(x) = \arcsin\left(\frac{e^x - 2}{1 - e^x}\right)$$

specificando: dominio di f , limiti di f agli estremi del dominio, eventuali asintoti, dominio di f' e limiti di f' agli estremi del dominio, monotonia e punti estremanti.

b) **(PUNTI 2)** Determinare l'insieme di definizione e tracciare un grafico qualitativo della funzione

$$g(x) = \sup\{f(t), t \geq x, t \in \text{dom } f\}.$$

4. **(PUNTI 4)** Per ogni $n \in \mathbb{N}$ siano

$$A_n = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : -e^{-\frac{x^2}{n}} < y \leq e^{-\frac{x^2}{n}} \right\}.$$

Determinare

$$A = \bigcup_{n=1}^{+\infty} A_n = \dots\dots\dots$$

e

(a) $A^\circ = \dots\dots\dots$

(b) $A' = \dots\dots\dots$

(c) i punti isolati di A . $\dots\dots\dots$

(d) $\partial A = \dots\dots\dots$

5. **(PUNTI 4)** Servendosi della formula di Taylor calcolare, in dipendenza del parametro reale $\alpha > 0$, il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\arctan x - \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \log x}{\left[\sin\left(\frac{\pi x}{4}\right) - \cos\left(\frac{\pi x}{4}\right) \right]^\alpha}.$$

6. **(PUNTI 4)** Al variare del parametro reale x , studiare la convergenza semplice e assoluta della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x+1)^n}{n^{x+3}}.$$

-
7. **(PUNTI 4)** Determinare per quali valori del parametro reale a la funzione

$$f(x) = \sin x \log(1 + x - ax^2) - x(e^x - 1)$$

presenta un estremo in $x = 0$ e determinarne la natura.