

Cognome

Nome

Matricola

**Analisi Matematica 1 - Corso di Laurea in Matematica**

**(Prof. C. Cavaterra, M. Peloso)**

**Prova scritta 28 gennaio 2015 - 9 CREDITI**

*(Scrivere uno svolgimento sintetico ma completo)*

1. **(PUNTI 4)** Determinare  $\inf A$  e  $\sup A$ , dove

$$A = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{x+1} + \sqrt{x+6} - 5 > 0\}.$$

2. **(PUNTI 4)** Risolvere nel piano complesso l'equazione

$$z^3 \bar{z} + z^2 + 6 = 0.$$

3. **(PUNTI 8)** Tracciare un grafico qualitativo della funzione

$$f(x) = \frac{x}{2} + \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$$

specificando: dominio di  $f$ , limiti di  $f$  agli estremi del dominio, eventuali asintoti, dominio di  $f'$  e limiti di  $f'$  agli estremi del dominio, monotonia e punti estremanti, concavità ed eventuali punti di flesso.

4. **(PUNTI 5)** Al variare del parametro reale  $a$  stabilire il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{+\infty} \left\{ \sin \left( \frac{1}{\sqrt{n}} + \frac{a}{n} \right) - \log \left( 1 + \frac{1}{\sqrt{n}} \right) \right\}$$

5. **(PUNTI 4)** Per ogni  $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ , siano

$$E_n = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1 - \frac{1}{n}, x > \frac{1}{n} \right\} \cup \left\{ \left( -\frac{1}{n}, 2 \right) \right\}$$

e

$$E = \bigcup_{n=2}^{+\infty} E_n.$$

Determinare

- (a)  $A^\circ = \dots\dots\dots$
- (b)  $A' = \dots\dots\dots$
- (c) i punti isolati di  $A$ .  $\dots\dots\dots$
- (d)  $\partial A = \dots\dots\dots$

6. **(PUNTI 5)** Determinare per quali valori del parametro reale  $a$  la funzione

$$f(x) = (\sin x) \cdot \log(1 + x - ax^2) - x(e^x - 1)$$

presenta un estremante in  $x = 0$ , specificandone la natura.