

Cognome

Nome

Matricola

**Analisi Matematica 1 - Corso di Laurea in Matematica**

**(Prof. C. Cavaterra, M. Peloso)**

**Prova scritta 16 giugno 2015 – 9 CREDITI**

*(Scrivere uno svolgimento sintetico ma completo)*

1. **(PUNTI 4)** Determinare le soluzioni della disequazione

$$\frac{\sqrt{|5 - 2x| - 1}}{6 - x} \geq 1$$

2. a) (**PUNTI 7**) Tracciare un grafico qualitativo della funzione

$$f(x) = \arctan\left(\frac{|x^2 - 2x|}{x - 1}\right)$$

specificando: dominio di  $f$ , limiti di  $f$  agli estremi del dominio, eventuali asintoti, dominio di  $f'$  e limiti di  $f'$  agli estremi del dominio, monotonia e punti estremanti.

b) (**PUNTI 2**) Determinare l'insieme di definizione e tracciare un grafico qualitativo della funzione

$$g(x) = \inf\{f(t), t \geq x\}$$

3. **(PUNTI 4)** Si considerino i sottoinsiemi di  $\mathbb{R}^2$

$$E_n = \left\{ (x, y) \in \mathbb{R}^2 : \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n < \sqrt{x^2 + y^2} < \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1} \right\}, \quad n \in \mathbb{N}$$

Determinare

(a)  $A = \bigcap_{n=1}^{\infty} E_n =$

(b)  $B = \bigcup_{n=1}^{\infty} E_n =$

(c)  $A^\circ =$

(d)  $B^\circ =$

(e)  $A' =$

(f)  $B' =$

4. **(PUNTI 5)** Al variare del parametro  $\alpha \in \mathbb{R}$ , calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log(1 + x^2 - x^3) - \log^2(1 + x)}{\arctan(x^4 + x^\alpha)}$$

5. **(PUNTI 5)** Al variare di  $x \in \mathbb{R}$ , studiare la convergenza semplice e assoluta della serie

$$\sum_{n=0}^{+\infty} (1+x)^n \log \left( \frac{5 + \sqrt{n}}{1 + \sqrt{n}} \right)$$

6. **(PUNTI 5)** Rappresentare nel piano complesso i seguenti insiemi

$$A = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Im} z^4 \geq 0, |z| > 1, \operatorname{Re} z < 0\}$$

$$B = \{u \in \mathbb{C} : u = (1-i)z, z \in A\}, \quad C = \{w \in \mathbb{C} : w = \frac{1}{z}, z \in A\}$$